RAPPORT DE SYNTHESE

Pour l'obtention de

L'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

UNIVERSITE D'ARTOIS

ECOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGENIEUR

LILLE-NORD DE FRANCE

DOMAINE DE RECHERCHE : Génie Informatique et Automatique

Présentée par

Eric LEFEVRE

Fonctions de Croyance : de la théorie à la pratique

Directeur de Recherche : **M. JOLLY Daniel**

Soutenue le 11 décembre 2012
Devant la Commission d'Examen

JURY

Mme ROMBAUT Michèle	Professeur à l'Université J. Fourier	Rapporteur
M. FOULLOY Laurent	Professeur à PolyTech'Savoie	Rapporteur
M. MARTIN Arnaud	Professeur à l'Université Rennes 1	Rapporteur
M. COLOT Olivier	Professeur à l'Université Lille 1	Examinateur
M. DELMOTTE François	Professeur à l'Université d'Artois	Examinateur
M. DENOEUX Thierry	Professeur à l'UTC	Examinateur
M. EL FAOUZI Nour-Eddin	Directeur de Recherche à l'IFSTTAR	Examinateur
M. JOLLY Daniel	Professeur à l'Université d'Artois	Directeur de Recherche

Remerciements

Je tiens à remercier Michèle Rombaut, Professeur à l'Université Joseph Fourier de Grenoble, Laurent Foulloy, Professeur à Polytech'Savoie, et Arnaud Martin, Professeur à l'Université de Rennes 1, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de rapporter ce travail.

Je remercie également Thierry Denœux, professeur à l'Université de Technologie de Compiègne et Nour-Eddin El Faouzi, Directeur de Recherche à l'IFSSTAR d'avoir accepté de participer à ce jury.

J'adresse également mes remerciements à Olivier Colot, Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille. Il fût mon directeur de thèse et donc mon mentor. Il a su m'apprendre le métier d'enseignant-chercheur et je suis heureux que cette relation de travail se soit transformée en relation d'amitié.

Je tiens également à remercier Patrick Vannoorenberghe sans qui ce manuscrit n'aurait jamais existé. Je me souviens encore d'un appel téléphonique lors duquel Patrick m'a proposé de venir avec lui sur Rouen pour travailler sur une théorie que l'on appelait à l'époque Théorie de Dempster-Shafer. Ce fut le début d'une longue aventure. Patrick, ta gentillesse, ton humour, ta disponibilité me manque terriblement.

Je remercie François Delmotte et David Mercier, respectivement Professeur et Maître de Conférences à l'Université d'Artois. Nos discussions sont souvent des moments de confrontation de points de vues qui conduisent à un enrichissement personnel.

Merci également à Daniel Jolly, Professeur à l'Université d'Artois, de m'avoir accueilli au sein du LGI2A et de m'avoir accordé sa confiance pour développer la thématique Aide à la décision et Fusion d'informations dans ce laboratoire.

La rédaction d'une habilitation dresse un état des travaux réalisés, en cours ou futurs. Tous ces travaux n'auraient pas vu le jour sans la participation de collègues et de doctorants. Un grand merci donc à toutes les personnes avec qui j'ai pu travailler ou collaborer.

Enfin, je tiens à remercier les collègues de l'IUT qui m'ont permis d'évoluer dans une ambiance de travail agréable et détendue.

Table des matières

I Recherche **1**

Introduction **3**

1 Théorie des fonctions de croyance **5**
1.1 Introduction . . . 7
1.2 L'interprétation des fonctions de croyance . . . 9
1.3 Niveau crédal statique : Représentation des informations . . . 10
1.3.1 Fonction de masse . . . 10
1.3.2 Fonctions de masse particulières . . . 11
1.3.3 Autres fonctions de croyance . . . 11
1.3.4 Commentaires sur la représentation des connaissances . . . 12
1.4 Niveau crédal dynamique : Manipulation des informations . . . 14
1.4.1 Conditionnement et déconditionnement . . . 14
1.4.2 Extension vide . . . 15
1.4.3 Affaiblissement . . . 15
1.4.4 Combinaison de fonctions de croyance . . . 16
1.5 Niveau pignistique : Prise de décision . . . 19
1.6 Gestion du conflit . . . 21
1.6.1 Mesures du conflit . . . 22
1.6.2 Gestion du conflit au niveau de l'affaiblissement . . . 23
1.6.3 Gestion du conflit au niveau de la combinaison . . . 25
1.7 Combinaison et alarme . . . 28
1.7.1 Cas à deux fonctions de masse . . . 29
1.7.2 Cas général . . . 30
1.7.3 Comportement . . . 31
1.8 Conclusion . . . 33

2 Logistique et Aide à la Décision Multi-Critères **37**
2.1 Introduction . . . 39
2.2 La logistique . . . 39
2.2.1 Définition . . . 39
2.2.2 La chaîne logistique . . . 40
2.2.3 Gestion de la chaîne logistique . . . 41
2.2.4 Problématique . . . 42
2.3 Aide à la décision multi-critères . . . 44
2.3.1 Introduction . . . 44
2.3.2 La méthode AHP . . . 47
2.3.3 Les connaissances imparfaites et la méthode AHP . . . 51
2.4 Expérimentation . . . 54
2.5 Conclusion . . . 57

3 Entomologie Médico-Légale **59**
3.1 Problématique . . . 61
3.2 Principes et chronologie d'une expertise entomologique . . . 61
3.2.1 Colonisation d'un cadavre par des insectes nécrophages . . . 61
3.2.2 Prélèvements entomologiques sur le lieu de découverte du cadavre . . . 63
3.2.3 Analyse des échantillons . . . 63
3.2.4 Conclusion sur l'application . . . 64
3.3 Principe du SAD fondé sur la simulation Orientée Agents . . . 65
3.4 Système de validation de Simulation fondé sur les fonctions de croyance 67
3.4.1 Architecture multi-agents . . . 67
3.4.2 Comportement des Agents Validations et des Agents Paramètres 68
3.4.3 Comportement des Agents Simulations . . . 69
3.4.4 Intégration des fonctions de croyance . . . 69
3.4.5 Arrêt et Validation d'une simulation par l'Agent Launcher . . 71
3.5 Système de calibration . . . 72
3.6 Expérimentation . . . 74
3.7 Conclusion . . . 75

Conclusion **77**

A Annexes **81**
A.1 Application sur l'application en logistique . . . 81
A.1.1 Matrices de comparaison de la méthode AHP . . . 81
A.1.2 Fonction de croyance sur l'espace produit alternatives critères 81
A.2 Annexe sur l'application en entomologie médico-légale . . . 83
A.2.1 Algorithme de Validation . . . 83
A.2.2 Résultats . . . 83
A.3 Recueil de Publications . . . 89
A.3.1 Information Sciences 2011 . . . 89
A.3.2 IV'2011 . . . 118
A.3.3 DEIS 2009 . . . 125

Bibliographie **133**

Première partie

Recherche

Introduction

L'avènement du numérique, depuis une vingtaine d'année, touche l'ensemble des secteurs d'activités (santé, industrie, finance, etc.) bouleversant ainsi notre quotidien. L'accroissement de la vitesse de calcul et des capacités de stockage a permis de concevoir des systèmes d'aide à la décision de plus en plus performant. Ces systèmes nécessitent :

- d'acquérir des données ou des informations,
- de modéliser ces informations en prenant en compte leurs imperfections,
- et d'extraire de la connaissance afin d'offrir une aide à la décision à l'expert qui peut alors interagir sur le système étudié.

Mes activités de recherches sont essentiellement tournées vers les deux derniers points précédents.

Ce document a été conçu, non pas comme un inventaire des différentes activités de recherche que j'ai pu mener au long de ma carrière mais plutôt comme une illustration de la méthodologie à employer afin de mettre en œuvre des systèmes d'aide à la décision avec les fonctions de croyance. En espérant que ce manuscrit puisse être utile à des personnes souhaitant concevoir des systèmes d'aide à la décision. Cette démarche est présentée selon trois chapitres. Le chapitre suivant est consacré à une revue des formalismes permettant de prendre en compte les différentes imperfections des données. L'essentiel de ce chapitre est consacré aux principaux outils mathématiques proposés dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. Au cours de cette présentation, mes contributions dans ce domaine sont également introduites.

Parmi les différentes applications que nous avons développées seulement deux seront présentées dans ce manuscrit. Elles constituent les sujets abordés dans les deux derniers chapitres. Pour ces chapitres, le plan est identique. Tout d'abord, une présentation de l'application avec la problématique rencontrée et le pourquoi de l'utilisation des fonctions de croyance. Enfin, la démarche entreprise est présentée avant une illustration.

Ainsi dans le chapitre 2, une application de la théorie des fonctions de croyance dans le cadre de la gestion d'une chaîne logistique est présentée. Cette application concerne plus particulièrement la sélection de fournisseurs. Une approche fondée sur un système d'aide à la décision multi-critères et sur les fonctions de croyance est proposée. Pour cela, une extension de la Procédure d'Analyse Hiérarchique (AHP), qui permet une comparaison des différentes solutions par paire, est reprise et les connaissances extraites de ces comparaisons sont modélisées sous forme de fonctions de croyance.

Le chapitre 3 expose la problématique de l'expertise en entomologie médico-légale. Dans ce cadre, les experts entomologistes, à partir de prélèvements d'échan-

tillons d'insectes sur le lieu de découverte d'un cadavre, estiment l'Intervalle Post-Mortem (IPM). Toutefois, cette estimation peut être entachée d'erreurs et/ou de subjectivité. Une approche couplant la simulation multi-agents (pour l'analyse du comportement des insectes) et une modélisation, fondée sur les fonctions de croyance, des informations émanant de cette simulation est proposée.

Enfin, la conclusion présente les différentes voies que nous pourrons explorer dans les années à venir.

Chapitre 1

Théorie des fonctions de croyance

Sommaire

1.1 Introduction 7
1.2 L'interprétation des fonctions de croyance 9
1.3 Niveau crédal statique : Représentation des informations . 10
1.3.1 Fonction de masse 10
1.3.2 Fonctions de masse particulières 11
1.3.3 Autres fonctions de croyance 11
1.3.4 Commentaires sur la représentation des connaissances 12
1.4 Niveau crédal dynamique : Manipulation des informations 14
1.4.1 Conditionnement et déconditionnement 14
1.4.2 Extension vide 15
1.4.3 Affaiblissement 15
1.4.4 Combinaison de fonctions de croyance 16
1.5 Niveau pignistique : Prise de décision 19
1.6 Gestion du conflit 21
1.6.1 Mesures du conflit 22
1.6.2 Gestion du conflit au niveau de l'affaiblissement 23
1.6.3 Gestion du conflit au niveau de la combinaison 25
1.7 Combinaison et alarme 28
1.7.1 Cas à deux fonctions de masse 29
1.7.2 Cas général 30
1.7.3 Comportement 31
1.8 Conclusion 33

Dans ce premier chapitre, la notion de donnée imparfaite est présentée avant d'aborder les différents cadres théoriques de représentation et de manipulation de celle-ci. Suite à une étude comparative, une large part de ce chapitre est accordée à la théorie des fonctions de croyance qui reste le point central de mes travaux de recherche.

1.1 Introduction

La quantité d'informations disponible, dans le cadre des systèmes d'aides à la décision, est actuellement de plus en plus importante dans la plupart des applications : imagerie médicale [15, 211, 20], imagerie satellitaire ou radar [68, 82, 165], prévision climatique [154, 131, 132], etc.

Ces masses d'informations peuvent permettre de proposer des décisions plus fiables et précises. Toutefois afin d'arriver à cet objectif, il est nécessaire de manipuler correctement ces informations qui sont censées donner une image aussi fidèle que possible de la réalité. Or, le plus souvent, ces informations sont imparfaites : imprécises, incertaines, vagues, incomplètes, etc. L'imperfection des informations fait donc appel à plusieurs concepts [58, 65, 13, 14, 16].

Le premier concept, généralement bien maîtrisé, concerne l'imprécision des informations. Les imprécisions correspondent à une difficulté dans l'énoncé de la connaissance, soit parce que des connaissances numériques sont mal connues, soit parce que des termes du langage naturel sont utilisés pour qualifier certaines caractéristiques. Le premier cas représente l'incapacité des instruments de mesures à donner une mesure exacte (2000 à 3000 manifestants ou poids à 1% près). Le second provient de l'expression spontanée de connaissances (températures douces, proche de la plage) ou de l'utilisation de catégories aux limites mal définies (enfant, adulte, vieillard). Enfin la notion d'imprécision fait aussi appel à la notion d'incomplétude qui correspond à l'absence d'information.

L'incertitude est le second concept, qui est à différencier de l'imprécision, car il fait référence non pas au contenu de l'information mais à sa qualité. L'incertitude fait donc référence à la véracité de l'information. La source délivrant l'information peut être peu sûre d'elle ou susceptible de commettre des erreurs ou encore de donner de manière intentionnelle des informations erronées. L'information peut alors être complète et précise mais fausse.

Il est alors essentiel d'utiliser des formalismes permettant de modéliser ces imperfections. Par ailleurs, afin de profiter au maximum de l'ensemble des informations, il faut également que ces formalismes proposent des mécanismes de fusion (combinaison ou agrégation). Cette phase de fusion permet d'obtenir une information synthétique, résumant l'ensemble des données initiales, essentielle afin d'aider le décideur dans sa tâche.

D'un point vu historique, le formalisme de la théorie des probabilités est le plus couramment utilisé. Malheureusement, ce formalisme ne permet pas de prendre en compte facilement l'ensemble des imperfections présentées précédemment.

L'un des premiers points soulevé concerne la modélisation de l'ignorance relatif au principe de *raison insuffisante* qui consiste à accorder la même probabilité à chaque événement en l'absence d'information. Ce problème peut conduire à des solutions différentes comme l'a révélé le paradoxe de Bertrand [181] également repris par Székely [207]. Nous plaçons ce problème dans le cadre d'un événement sportif.

Soit l'épreuve de tir à la carabine à 10 mètres des Jeux Olympique de 2012 à Londres. Parmi les concurrents de cette épreuve, nous nous intéressons plus particu-

lièrement à 3 compétiteurs : Niccolò Campriani (tireur italien, abréviation retenue NC), Alin George Moldoveanu (tireur roumain, abréviation retenue AGM) et Pierre Edmond Piasecki (tireur français, abréviation retenue PEP).

Lorsque nous interrogeons un spécialiste connaissant très bien cette discipline, il affirme que ces trois compétiteurs, aux palmarès équivalents, ont autant de chance de remporter la médaille d'or. Ce qui amène à la probabilité suivante :

$$P(NC) = P(AGM) = P(PEP) = \frac{1}{3}. \tag{1.1}$$

Maintenant interrogeons une personne qui n'a aucune connaissance dans cette discipline. Sans référence et sans compétence dans ce domaine, la probabilité la moins fausse est :

$$P(NC) = P(AGM) = P(PEP) = \frac{1}{3}. \tag{1.2}$$

Ainsi une connaissance équi-répartie et l'ignorance, deux notions totalement différentes, conduisent pourtant à la même probabilité [1].

Le second problème, rencontré avec la théorie des probabilités, vient de l'*axiome d'additivité*. En effet de part cet axiome, l'attribution d'une probabilité x à un événement A associe automatiquement une probabilité $1 - x$ à l'événement $\overline{A}$. Il est ainsi impossible d'attribuer du crédit à un événement sans que cela n'ait de conséquence sur son complémentaire.

Les limitations de cette théorie, bien déterminées dorénavant [55, 12], ont poussé certains auteurs vers le développement d'autres formalismes tels que la théorie des possibilités [244, 52, 56] ou la théorie de l'évidence [188, 36].

Ces différentes théories, ou formalismes destinés à représenter et gérer les imperfections ne sont pas à mettre en concurrence et ne sont pas contradictoires. Ainsi, aucune n'est supérieure à l'autre mais elles possèdent chacune leur spécificité. La sélection de l'un de ces formalismes doit se faire en trouvant la meilleure adéquation entre l'application envisagée et les spécificités des formalismes.

Toutefois, la théorie des fonctions de croyance permet de représenter de façon relativement naturelle les connaissances. En reprenant les défauts recensés précédemment pour la théorie des probabilités, la théorie des fonctions de croyance n'impose aucune relation entre un événement et son contraire et elle permet de modéliser facilement l'ignorance.

De plus, les bases de cette théorie sont très simples à appréhender. Ce qui représente un avantage non négligeable dans le cadre des nombreuses applications que nous avons développées en collaboration avec des personnes non initiées aux théories de l'incertain. Par ailleurs, cette théorie est considérée comme unificatrice de l'ensemble des théories de l'incertain. Pour ces raisons, nous nous sommes essentiellement tournés vers ce formalisme.

Avant de décrire les outils de la théorie des fonctions de croyance, la section

1. Pour information, le tireur roumain a gagné le titre, l'italien terminant second. Malheureusement, bien qu'auteur de la deuxième meilleure finale, le tireur français n'a pu obtenir mieux que la sixième place.

suivante est consacrée aux différentes interprétations de cette théorie.

1.2 L'interprétation des fonctions de croyance

Le livre, écrit par Shafer [188] et fondé sur l'article initial de Dempster [36], est fondateur de la théorie. Après cet ouvrage de nombreuses modifications et généralisations ont été apportées occasionnant ainsi une certaine confusion. D'ailleurs, différents noms ont ensuite été utilisés : théorie de Dempster-Shafer, théorie de l'évidence, théorie des fonctions de croyance. Cette appellation regroupe en fait 3 points de vue distincts qui sont des extensions ou des variantes du modèle proposé par Shafer. Des détails sur ces différentes interprétations sont proposés par Smets [199].

Le premier modèle repose sur la théorie des probabilités imprécises appelée aussi théorie des probabilités inférieures [228, 248]. Cette théorie suppose l'existence d'une mesure de probabilité P précise, mais non parfaitement connue. On note alors $\mathcal{P}r$ l'ensemble des probabilités compatibles avec l'information disponible. Le modèle peut alors être défini soit directement par $\mathcal{P}r$, soit par ses enveloppes inférieure et supérieure. Sous certaines conditions, la probabilité inférieure peut alors être considérée comme une fonction de croyance.

Le second modèle proposé par Dempster [36, 37] est un cas particulier des probabilités imprécises. A l'aide de ce modèle, on peut là aussi définir des probabilités inférieure et supérieure. Ce modèle peut être rapproché des *hints* présentés par Kohlas et Monney [102]. L'interprétation logique de la théorie des fonctions de croyance proposée par Cholvy [26] peut être vue comme un cas particulier du modèle de Kohlas et Monney.

Enfin le dernier modèle, présenté par Smets [195, 196, 204], est une extension des fonctions de croyance, proposée au travers du *Modèle des Croyances Transférables* (MCT) [2]. L'approche proposée par Smets se distingue des approches précédentes de par son caractère fondamentalement non probabiliste. De plus, elle offre une justification axiomatique cohérente des principaux concepts de la théorie des fonctions de croyance et a permis de clarifier le lien existant entre la représentation des croyances [198] et la prise de décision. En effet, dans ce Modèle des Croyances Transférables, deux niveaux sont distingués :

- le *niveau crédal*[3]. Ce niveau correspond à la représentation et à la manipulation des informations disponibles.
- le *niveau pignistique*[4]. C'est à ce niveau qu'a lieu la prise de décision.

Ces différents niveaux sont schématisés sur la figure 1.1.

Dans la suite de ce chapitre, les différents niveaux du MCT sont repris comme fil conducteur pour présenter les différentes notions de la théorie des fonctions de croyance. Au cours de la présentation générale de cette théorie, nous introduirons également les travaux que nous avons réalisés sans pour autant rentrer dans le détail

2. En anglais, *Transferable Belief Model* (TBM).
3. Du Latin "credo" : je crois
4. Du Latin "pignus" : un pari

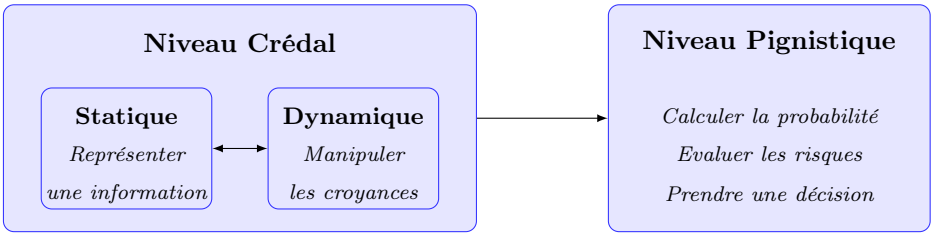

FIGURE 1.1 – *Schéma regroupant les deux niveaux du MCT.*

de chacun de ces apports.

1.3 Niveau crédal statique : Représentation des informations

1.3.1 Fonction de masse

Soit une question Q à laquelle on cherche une réponse. Soit un ensemble fini [5] $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k, \ldots \omega_K\}$ contenant des solutions possibles à cette question. Cet ensemble est appelé cadre de discernement et les éléments le constituant sont exclusifs. Une fonction m, appelée fonction de masse [6] (en anglais *basic belief assignment* ou bba) représente une connaissance imparfaite sur Ω. Cette fonction est définie de 2^Ω à valeurs dans $[0, 1]$ avec comme contrainte :

$$\sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1. \tag{1.3}$$

La quantité $m(A)$ représente la croyance sur le fait que A contienne la réponse à la question Q. Dans l'état actuel des connaissances, la part de croyance ne peut pas être allouée à un sous-ensemble de A. On affecte ainsi à l'ensemble des éléments de A une croyance en chacun d'entre eux sans prendre partie pour l'un d'eux. Ainsi, à la différence des probabilités, on voit qu'il est possible d'allouer de la croyance non seulement à des singletons mais aussi à des sous-ensembles de Ω. Un ensemble A tel que $m(A) > 0$ est appelé élément focal. La réunion des éléments focaux constitue le noyau. Il est à noter qu'à l'origine, Shafer [188] a imposé une contrainte supplémentaire $m(\emptyset) = 0$. Cette contrainte fait référence au *monde fermé* qui impose l'exhaustivité de l'ensemble Ω. Cette contrainte est relâchée dans le cadre du MCT dans lequel Smets [195] suppose que Ω peut être incomplet (*monde ouvert*). La quantité peut alors être interprétée comme la part de croyance dans le fait que la réponse à la question Q se trouve en dehors de Ω.

5. Bien qu'une extension dans le cas de valeurs continues a été proposé par Smets [201], nous n'aborderons ici que le cas discret.

6. On trouve également le terme de masse de croyance.

1.3.2 Fonctions de masse particulières

Dans cette section, les définitions de différentes fonctions de masse particulières sont données.

Définition 1 (fonction de masse normale) *Une fonction de masse m est dite normale lorsque $m(\emptyset) = 0$.*

Définition 2 (fonction de masse catégorique) *Une fonction de masse m catégorique possède un seul élément focal A tel que $m(A) = 1$. Dans le cas où A est un ensemble, la connaissance est certaine mais imprécise. Pour $A = \{\omega_k\}$, la connaissance est certaine et précise.*

Définition 3 (fonction de masse vide) *Une fonction m est une fonction de masse vide (ou d'ignorance totale) lorsque la fonction m est catégorique en Ω : $m(\Omega) = 1$.*

Définition 4 (fonction de masse bayésienne) *Une fonction de masse m est dite bayésienne si tous les éléments focaux sont des singletons de Ω : $\sum_{\omega\in\Omega} m(\{\omega\}) = 1$.*

Définition 5 (fonction de masse dogmatique) *Une fonction de masse m est dite dogmatique si $m(\Omega) = 0$.*

Définition 6 (fonction de masse consonante) *Une fonction de masse m est dite consonante si tous les éléments focaux sont emboîtés.*

Définition 7 (fonction de masse à support simple) *Une fonction de masse m est dite à support simple lorsqu'elle possède 2 éléments focaux dont l'un est Ω :*

$$\begin{aligned} m(A) &= 1-\boldsymbol{\omega}, \quad A \subset \Omega, \\ m(\Omega) &= \boldsymbol{\omega}, \\ m(B) &= 0, \quad B \neq A \subset \Omega. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Dans ce cas, la fonction m peut également être notée $A^{\boldsymbol{\omega}}$ où $\boldsymbol{\omega}$ représente le poids de l'ignorance de la fonction m.

1.3.3 Autres fonctions de croyance

La croyance peut être allouée à d'autres fonctions qui sont liées à la fonction de masse m :

– la fonction de croyance $bel(A)$, aussi appelée crédibilité, quantifie la croyance totale en A et elle est définie par :

$$bel(A) = \sum_{\emptyset\neq B\subseteq A} m(B) \qquad \forall A \subseteq \Omega. \tag{1.5}$$

– la fonction de plausibilité définie par :

$$pl(A) = \sum_{A \cap B} m(B) \qquad \forall A \subseteq \Omega \tag{1.6}$$
$$= bel(\Omega) - bel(\overline{A}) \tag{1.7}$$
$$= 1 - m(\emptyset) - bel(\overline{A}). \tag{1.8}$$

La quantité $pl(A)$ s'interprète comme la part de croyance qui pourrait potentiellement être allouée à A.

– la fonction de communalité est donnée par :

$$q(A) = \sum_{B \supseteq A} m(B) \qquad \forall A \subseteq \Omega. \tag{1.9}$$

La valeur $q(A)$ représente la totalité de la croyance accordée aux sur-ensembles de A.

– la fonction d'implicabilité est définie par :

$$b(A) = \sum_{A \subseteq B} m(B) \qquad A \subseteq \Omega. \tag{1.10}$$

Dans ce cas, la quantité $b(A)$ représente la somme des croyances allouées aux sous-ensembles de A.

Remarquons que ces deux dernières fonctions jouent un rôle parfois important dans le cadre de la simplification des calculs au niveau de la combinaison. Toutes ces fonctions représentent la même information mais sous des formes différentes. Le passage d'une fonction à l'autre est obtenue en utilisant la transformation de Möbius [101, 100].

1.3.4 Commentaires sur la représentation des connaissances

1.3.4.1 Cadre de discernement : raffinement/grossissement

La définition du cadre de discernement est une phase importante dans le processus de création des fonctions de croyance. Toutefois, il est parfois difficile, selon les applications, de définir de manière précise et exacte la granularité de ce cadre dès le départ. Il existe des opérateurs permettant de subdiviser ou de regrouper des sous-ensembles [188]. Soit deux cadres Θ et Ω, la fonction ρ, une opération de 2^{Θ} dans 2^{Ω}, est appelée raffinement de Θ si :

1. l'ensemble $\{\rho(\{\theta\}), \theta \in \Theta\} \subseteq 2^{\Omega}$ est une partition de Ω, et
2. pour tout $A \subseteq \Theta$: $\rho(A) = \bigcup_{\theta \in A} \rho(\{\theta\})$.

Dans ce cas, la figure 1.2 présente un grossissement $\Theta = \{\omega_1, \omega_2\}$ d'un cadre $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, défini par $\rho(\{\theta_1\}) = \{\omega_1, \omega_2\}$ et $\rho(\{\theta_2\}) = \{\omega_3, \omega_4\}$.

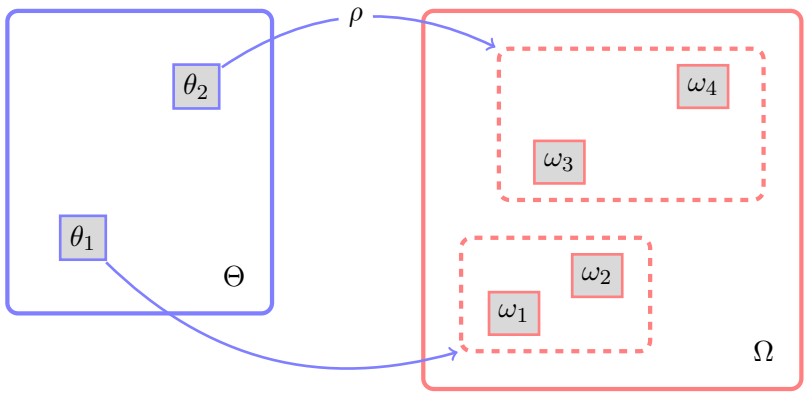

FIGURE 1.2 – *Grossissement* $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ *d'un cadre* $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.

1.3.4.2 Obtention d'une fonction de croyance

Dans cette section, différentes fonctions permettant de représenter les croyances ont été introduites. Toutefois, le problème de l'obtention des croyances n'a pas encore été abordé. Hormis, lorsqu'un expert exprime son opinion sous la forme d'une fonction de croyance de manière directe, dans tous les autres cas, il n'y a pas de méthode générique afin de résoudre ce problème. Généralement, la représentation des croyances est fortement dépendante de l'application et les méthodes qui en découlent sont très spécifiques [79, 110, 146, 242, 208]. Par exemple, dans le cadre de l'application qui sera détaillée dans le chapitre 3, nous avons proposé dans une première approche, une modélisation fondée sur des mesures de cohérences [156, 222].

Toutefois, même si les méthodes de modélisation peuvent parfois être très spécifiques, on peut dégager deux familles :

- les masses de croyances estimées à partir de distances. Cette démarche a été proposée par Denœux [39]. Une optimisation des paramètres associés à cette méthode a ensuite été réalisée par Zouhal et Denœux [251]. Cette approche a été étendue dans le cadre de la classification multi-labels [243]. Pour notre part, nous avons utilisé cette approche à plusieurs reprises. Dans un premier temps, nous avons réalisé un filtre crédal pour la segmentation d'images couleurs [219]. Nous avons également mis en œuvre cette modélisation pour la classification de couronnes d'arbres dans des images à hautes résolutions [179].
- les masses de croyances estimées à partir de vraisemblances. Pour ce modèle, on distingue deux approches, l'approche globale et l'approche séparable. L'approche globale, développée par Shafer [188], conduit à une fonction de croyance consonante. L'obtention d'une fonction de masse consonante interprète toujours les connaissances vers l'hypothèse ayant la probabilité la plus importante. Certains auteurs refusent ce fait et proposent des approches globales *partiellement consonantes* [227, 229]. La seconde approche, dite séparable, construit des fonctions de masse pour chaque élément du cadre de discernement. Elle a été initialement proposée par Smets [194]. Elle fut ensuite reprise par Ap-

priou [3, 4] qui obtiendra deux modèles dont l'un est identique à celui de Smets [197]. Ce modèle est plus prudent que l'approche distance. Toutefois, il devient complexe à utiliser lorsque le cadre de discernement est de taille importante du fait de la complexité algorithmique. Celui-ci a été utilisé dans diverses applications [139, 66]. Pour notre part, nous avons proposé une méthode permettant d'utiliser le modèle de vraisemblance, proposé par Appriou et Smets, même lorsque le cadre de discernement est de grande taille [221]. La solution repose sur le regroupement d'hypothèses similaires.

Un comparatif entre les approches distance et vraisemblance est présenté dans [114, 218]. Il est à noter que d'autres approches, utilisées dans le cadre de la classification, exploitent la matrice de confusion afin d'obtenir les fonctions de masse [234, 145]. Nous avons également proposé d'utiliser les matrices de confusion afin de définir une fonction de croyance. Ces travaux ont été réalisés pour l'estimation du temps de parcours d'un trajet routier [1, 59, 123].

1.4 Niveau crédal dynamique : Manipulation des informations

Dans cette section, les outils permettant de *transférer*[7] de la masse de croyance entre des sous-ensembles de Ω sont présentés.

1.4.1 Conditionnement et déconditionnement

Soit une masse $m(A)$ avec $A \subseteq \Omega$. Une information supplémentaire, sûre et fiable, affirme que la vérité se situe dans un ensemble $B \subseteq \Omega$ alors la masse initialement allouée à A est transférée à $A \cap B$. Cette opération est appelée le conditionnement. De manière plus formelle, la fonction de masse m conditionnée par $B \subseteq \Omega$ s'écrit $m[B]$ et est définie par :

$$m[B](C) = \begin{cases} \sum\limits_{A \cap B = C} m(A) & \text{si} \quad C \subseteq B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.11}$$

Remarquons enfin que l'opération définie par l'équation précédente produit généralement une masse $m[B]$ non normale. En effet, la masse $m[B](\emptyset)$ peut être non nulle. Elle représente le masse de croyance de m incompatible avec l'information certifiant que la vérité se trouve dans B. La version normalisée de ce conditionnement peut être obtenue en ajoutant une étape de normalisation :

$$m^{\star}[B](C) = \begin{cases} \frac{m[B](C)}{1-m[B](\emptyset)} & \text{si} \quad A \subseteq \Omega, A \neq \emptyset \\ 0 & \text{si} \quad A = \emptyset \end{cases} \tag{1.12}$$

7. Le nom de Modèle de Croyance Transférable est justement issu de cette idée de déplacer de la croyance en fonction de nouvelles informations disponibles.

Dans ce cas, l'opération réalisée est appelée règle de conditionnement de Dempster.

L'opération duale du conditionnement est le déconditionnement. Soit une masse $m[B]$ conditionnelle à $B \subseteq \Omega$. Généralement, il existe plusieurs fonctions de croyance m qui conduisent à la masse conditionnée $m[B]$. En appliquant le *Principe du Minimum d'Information*[8] (PMI) [197], qui consiste à sélectionner la fonction de croyance la moins engagée (c'est à dire que les croyances doivent être transférées sur les sous-ensembles les plus grands), la fonction de croyance déconditionnée $m[B]^{\Uparrow}$ est obtenue. Elle est définie par :

$$\begin{cases} m[B]^{\Uparrow}(A \cup \overline{B}) &= m[B](A) & \forall A \subseteq B, \\ m[B]^{\Uparrow}(C) &= 0 & \forall C \subset \overline{B}, C \neq \emptyset \end{cases} \tag{1.13}$$

1.4.2 Extension vide

En se basant sur la notion de raffinement vue précédemment (section 1.3.4.1) et en appliquant le PMI, l'objectif est de transférer les masses de croyance d'un cadre de discernement Θ vers un cadre Ω. Pour cela, on applique l'opération d'*extension vide* définie par :

$$m^{\Theta \uparrow \Omega}(\rho(A)) = \begin{cases} m^{\Theta}(A), & \forall\ A \subseteq\ \Theta, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1.14}$$

où $m^{\Theta \uparrow \Omega}$ représente le fonction de croyance m^{Θ} étendue à Ω.

1.4.3 Affaiblissement

Lorsqu'une connaissance *a priori* concernant la fiabilité d'une source s qui a fourni une fonction de masse m est disponible, il est possible de prendre en compte cette métaconnaissance afin de réaliser une opération d'affaiblissement. Soit $\alpha \in [0, 1]$, un coefficient d'affaiblissement, la fonction de masse affaiblie est obtenue par :

$$\begin{cases} {}^{\alpha}m(A) &= (1-\alpha)m(A), \quad \forall A \subset \Omega \\ {}^{\alpha}m(\Omega) &= (1-\alpha)m(\Omega) + \alpha \end{cases} \tag{1.15}$$

Le coefficient $(1-\alpha)$ représente le degré de fiabilité de la source. Dans le cas où $(1-\alpha) = 0$, la source s n'est pas du tout fiable et la totalité de la masse est transférée sur Ω. On obtient alors une fonction de masse vide (ignorance totale). Au contraire, lorsque la source est parfaitement fiable $(1-\alpha) = 1$, la fonction m n'est pas affaiblie. Dans la suite du document, cette opération est notée : ${}^{\alpha}m = Disc(m, \alpha)$[9]. Cette opération a d'abord été introduite par Shafer [188] de manière intuitive puis de

8. En anglais, les termes *Principle of minimal commitment* ou *the least commitment principle* sont employés.

9. *Disc* pour *discounting* en anglais qui signifie affaiblissement.

manière formelle par Smets [197] qui représente la fiabilité comme une fonction de croyance à part entière. Partant de ce principe, un affaiblissement contextuel a été introduit [145, 152]. Celui-ci considère la fiabilité de la source non plus dans son intégralité mais en fonction du contexte c'est-à-dire en fonction des observations. Nous avons étendu cette notion dans le cadre de fonctions de masse à support simple [148].

Introduite dans [250, 44], une opération inverse, dite de *dé-affaiblissement*, a été mise en avant pour permettre de retrouver la fonction de masse initiale m à partir de la fonction affaiblie ${}^{\alpha}m$ et du taux d'affaiblissement connu $\alpha < 1$. Elle consiste à retransférer la masse allouée à Ω lors de l'affaiblissement vers les autres éléments focaux. Denœux et Smets [41] ont démontré que lorsque la valeur de α n'est pas connue, celle-ci peut-être comprise entre $[0, {}^{\alpha} m(\Omega)]$. La borne haute permet d'obtenir la fonction dite totalement renforcée.

Généralisant le principe de dé-affaiblissement précédent, une opération duale à l'affaiblissement, dite de *renforcement* a été proposée [145, 152].

La fiabilité d'une source d'information n'est généralement pas connue à l'avance. Si l'on souhaite avoir des informations concernant la fiabilité des sources en jeu, il est alors nécessaire de les estimer. Dans le cadre de la classification, il est possible d'apprendre ces coefficients à l'aide de la matrice de confusion [137, 138] pour un affaiblissement classique. Des approches fondées sur la minimisation d'erreur ou de distances ont également été proposées [61].

Pour notre part, nous avons proposé plusieurs approches afin de définir ces coefficients. Les premières approches, que nous avons proposées, permettent de définir les coefficients d'affaiblissement à partir de critères d'information et d'une distance appelée distance d'Hellinger [116, 115, 125, 127].

Par ailleurs, nous avons proposé d'utiliser des mesures d'incertitudes [162] et plus particulièrement des mesures de conflit [10] sur les fonctions de croyance afin de les affaiblir [126, 119]. Ces approches consistent à affaiblir les fonctions de croyance qui sont confuses [84, 85] [11]. Plus les fonctions de masse sont confuses plus elles sont affaiblies. La fonction de masse est totalement affaiblie lorsqu'elle atteint une valeur de confusion maximale dépendante de la taille du cadre de discernement.

A l'instar des coefficients obtenus par des matrices de confusion dans le cadre d'un affaiblissement classique, nous avons proposé d'exploiter la matrice de confusion afin de définir les fonctions de masse de fiabilité utilisées dans le cadre de l'affaiblissement contextuel [147, 60].

1.4.4 Combinaison de fonctions de croyance

Dans le cas de données imparfaites (incertaines, imprécises et incomplètes), la fusion de données est une solution intéressante pour l'obtention d'informations plus

10. On parle ici de conflit interne à la fonction de masse. Ce conflit interne ne doit pas être confondu avec le conflit entre fonctions de masse, présenté dans la section suivante, qui marque le désaccord entre les sources d'information.

11. D'autres mesures de conflit interne auraient pu être employées comme la discordance [109] ou la dissonance [235].

pertinentes. La phase de combinaison, dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance, consiste donc à synthétiser, sous forme d'une fonction de croyance unique, l'ensemble des connaissances fournies par plusieurs fonctions. L'objectif de cette étape de fusion est d'exploiter la complémentarité et la redondance des différentes sources afin d'obtenir une connaissance globale sous la forme d'une fonction de croyance plus précise et renforcée.

La règle de combinaison de base, introduite dans le cadre du MCT, est la règle de combinaison conjonctive. Cette règle, notée $\textcircled{\cap}$, est définie pour deux fonctions de masse m_1 et m_2 par :

$$m_{1\textcircled{\cap}2}(A) = m_1 \textcircled{\cap} m_2(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C) \qquad \forall A \subseteq \Omega. \tag{1.16}$$

La fonction de masse m représente donc la synthèse de connaissance de m_1 et m_2. Dans le cas de K fonctions à agréger, la règle de combinaison s'écrit :

$$m_{\textcircled{\cap}} = \textcircled{\cap}_{k=1}^{K} m_k \tag{1.17}$$

La règle de combinaison conjonctive vérifie plusieurs propriétés comme l'associativité, la commutativité et possède un élément neutre qui est la fonction de masse vide.

Le conditionnement (équation 1.11) d'une fonction de masse m sur B peut également s'exprimer à l'aide de l'opérateur de combinaison conjonctif de la façon suivante :

$$m[B] = m \textcircled{\cap} B^0 \tag{1.18}$$

avec B^0 la fonction de masse catégorique en utilisant la notation des fonctions de masse à support simple (équation 1.4).

De façon générale, la règle de combinaison conjonctive produit une fonction de croyance non normale, c'est-à-dire que $m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) \neq 0$. Cependant dans le cadre du monde fermé, proposé par Shafer, cette hypothèse n'est pas possible. Il est donc nécessaire d'introduire une étape de normalisation. Cette règle conjonctive normalisée est aussi connue sous la nom de règle de Dempster ou de somme orthogonale. Dans le cas de deux fonctions de masse, la fonction résultante de cette règle, notée $\oplus$, est :

$$m_{1\oplus 2}(A) = m_1 \oplus m_2(A) = \frac{1}{1-\kappa} \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C) \qquad \forall A \subseteq \Omega, A \neq \emptyset \tag{1.19}$$

où :

$$\kappa = m_{1\textcircled{\cap}2}(\emptyset) = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) m_2(C). \tag{1.20}$$

Le terme κ est communément appelé conflit. Nous reviendrons en détail, dans la section 1.6, sur l'interprétation de celui-ci et sur les différentes stratégies permettant de le gérer.

Avec la fonction de communalité définie par l'équation 1.9, la combinaison conjonctive s'écrit plus simplement. Soit respectivement les fonctions de communalité q_1 et

q_2 associées aux fonctions de masse m_1 et m_2 alors la fonction de communalité issue de la combinaison conjonctive s'écrit :

$$q_{1\textcircled{\cap}2}(A) = q_1(A).q_2(A) \qquad \forall A \subseteq \Omega. \tag{1.21}$$

Ces deux règles de combinaison (conjonctive et Dempster) sont non idempotentes. De ce fait, elles ne peuvent pas être employées lorsque l'indépendance des sources n'est pas démontrée. La notion d'indépendance (ou de distinctivité) est complexe à définir bien que de nombreux travaux ont été menés sur cet aspect dans les fonctions de croyance [240, 239, 28, 46, 87]. Toutefois, l'indépendance cognitive introduite par Smets [197] est couramment utilisée. Dans ce cas, on considère que les sources sont indépendantes lorsqu'il n'y a pas eu de concertation entres elles avant de délivrer les croyances.

Pour la combinaison de fonctions non-distinctes, Denœux [42, 41] a développé une règle nommée, règle conjonctive prudente[12], qui possède un comportement conjonctif. Cette règle est idempotente, elle peut donc être appliquée lorsque les sources d'informations sont dépendantes. Elle est définie par la relation suivante :

$$m_{1\textcircled{\wedge}2} = m_1 \textcircled{\wedge} m_2 = \bigcirc\!\!\!\!\!\!\bigcap_{A\subset\Omega} A^{\boldsymbol{\omega}_1(A)\wedge\boldsymbol{\omega}_2(A)} \tag{1.22}$$

où $\wedge$ est l'opérateur minimum et $\boldsymbol{\omega}_i$ la fonction de poids obtenus après la décomposition canonique par la combinaison conjonctive [200] des fonctions m_i en fonctions de masse simple généralisées tel que :

$$m_i = \bigcirc\!\!\!\!\!\!\bigcap_{A\subset\Omega} A^{\boldsymbol{\omega}_i(A)}. \tag{1.23}$$

Même si la notation est similaire à celle utilisée dans le cadre de fonctions à support simple, ces fonctions sont différentes. En effet, pour les fonctions à support simple les poids d'incertitude $\boldsymbol{\omega} \in [0, 1]$ alors que dans le cadre d'une fonction de masse simple généralisée ces poids sont dans $\mathbb{R}^+$. Ainsi une fonction à support simple est un cas particulier d'une fonction de masse simple généralisée. La fonction de masse simple généralisée pouvant ne pas être une fonction de masse.

Généralement, les opérateurs conjonctifs sont réservés pour la combinaison de fonctions de masse provenant de sources d'informations considérées fiables. Lorsqu'au moins l'une des fonctions de croyance à fusionner n'est pas fiable, la première règle développée fut la règle de combinaison disjonctive [54]. Dans le cas de deux fonctions de croyance m_1 et m_2, cette règle est définie par :

$$m_{1\textcircled{\cup}2}(A) = m_1 \textcircled{\cup} m_2(A) = \sum_{B\cup C=A} m_1(B)m_2(C) \qquad \forall A \subseteq \Omega. \tag{1.24}$$

Cette combinaison est la règle duale de la combinaison conjonctive. Elle est également associative et commutative mais non-idempotente. Cette règle est en pratique

12. En anglais : *cautious conjunctive rule*.

peu employée car elle élargit les éléments focaux et perd donc en spécificité, ce qui peut rendre la décision finale difficile. Par ailleurs, elle est discutée dans le cadre du *Théorème Généralisé de Bayes* par Smets [197].

Au même titre que les communalités pour la combinaison conjonctive, les fonctions d'implicabilité (équation 1.10) présentent un avantage intéressant dans le calcul de la combinaison disjonctive, puisque :

$$b_{1\textcircled{\cup}2}(A) = b_1(A).b_2(A) \quad \forall\ A \subseteq \Omega. \tag{1.25}$$

Dans le cas de figure où les sources sont dépendantes, Denœux [42] propose d'utiliser la règle disjonctive hardie [13]. Cette règle est définie de la façon suivante, pour la combinaison de deux fonctions m_1 et m_2 :

$$m_1 \textcircled{\vee} m_2 = \bigcirc\!\!\!\!\!\!\bigcup_{A \neq \emptyset} A_{\nu_1(A) \wedge \nu_2(A)} \tag{1.26}$$

où ν_1 et ν_2 représentent la décomposition disjonctive des fonctions m_1 et m_2 en fonctions de masse complémentaires tel que :

$$m_i = \bigcirc\!\!\!\!\!\!\bigcup_{A \neq \emptyset} A_{\nu_i(A)} \tag{1.27}$$

avec $\nu(A)$ la notation d'une fonction υ appelée fonction de masse simple complémentaire ou fonction de poids disjonctive tel que :

$$\begin{aligned} \upsilon \quad &: \quad 2^\Omega \longrightarrow \mathbb{R} \\ \upsilon(A) \quad &= \quad 1 - \nu, \\ \upsilon(\emptyset) \quad &= \quad \nu, \\ \upsilon(B) \quad &= \quad 0, \quad B \in 2^\Omega \setminus \{A, \emptyset\}, \end{aligned} \tag{1.28}$$

pour $A \neq \emptyset$ et $\nu \in [0, +\infty)$. On remarque alors la dualité entre les $\nu(.)$ et $\boldsymbol{\omega}(.)$ avec $\nu(A) = \overline{\boldsymbol{\omega}}(\overline{A})\ \forall A \neq \emptyset$.

1.5 Niveau pignistique : Prise de décision

Le niveau crédal, que nous venons de présenter, permet d'obtenir un résumé exhaustif de l'information sous forme d'une fonction de masse m. Pour prendre la décision, Smets et Kennes [204, 202] proposent de quitter le niveau crédal pour arriver au niveau décisionnel. Ce changement de niveau se traduit par une perte d'information matérialisée par la transformation de la fonction m en une fonction de probabilité, dite probabilité pignistique, notée $BetP$. Suite à cette conversion, il est impossible de revenir à la fonction de masse m initiale. En effet, à une fonction de masse on n'associe qu'une seule probabilité pignistique. Par contre, une probabilité

13. En anglais : *bold disjunctive rule*.

pignistique peut être obtenue à partir d'une infinité de fonctions de masse. Cela reflète la perte d'information qui s'accompagne de contraintes telles que :

– l'affectation d'une probabilité à chaque élément de Ω,
– et le respect du principe d'additivité.

Le passage de la fonction de masse m en une fonction de probabilité pignistique $BetP$ exprimée sur Ω, se caractérise pour tout $\omega_k \in \Omega$ par :

$$BetP(\omega_k) = \frac{1}{1 - m(\emptyset)} \sum_{A \ni \omega_k} \frac{m(A)}{|A|} \tag{1.29}$$

où $|A|$ représente la cardinalité de $A \subseteq \Omega$. Lors de cette transformation, la masse de croyance $m(A)$ est uniformément distribuée parmi les éléments de A. Avec la probabilité pignistique ainsi obtenue, il est possible d'utiliser les outils classiques de la théorie de la décision [182, 34]. L'objectif étant alors de minimiser un coût espéré (ou maximiser l'utilité espérée).

Si on considère le problème du choix d'une action parmi un ensemble fini $\mathcal{A} = \{\delta_1, \ldots, \delta_K\}$, l'action δ_k correspond à l'action de choisir l'hypothèse $\omega_k \in \Omega$. La mise en œuvre d'une action δ_i alors que la réalité est l'hypothèse ω_k est supposée entraîner un coût noté $\lambda(\delta_i|\omega_k)$. Le risque conditionnel de décider δ_i s'exprime alors de la façon suivante :

$$R_{Bet}(\delta_i) = \sum_{\omega_k \in \Omega} \lambda(\delta_i|\omega_k) BetP(\omega_k). \tag{1.30}$$

Il suffit ensuite de choisir l'action qui minimise ce risque. Dans le cas de coûts $\{0, 1\}$, cela revient à choisir l'hypothèse pour laquelle la probabilité pignistique est maximale. La meilleure hypothèse $\omega_n^{BetP} \in \Omega$ est donc obtenue par :

$$\omega_n^{BetP} = \arg\max_{\omega_n \in \Omega} BetP(\omega_n). \tag{1.31}$$

Outre la minimisation du risque pignistique, d'autres risques peuvent être minimisés [40], comme le risque inférieur donné par :

$$R_\star(\delta_i) = \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) \min_{\omega_k \in A} \lambda(\delta_i|\omega_k) \tag{1.32}$$

ou encore le risque supérieur défini par :

$$R^\star(\delta_i) = \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) \max_{\omega_k \in A} \lambda(\delta_i|\omega_k). \tag{1.33}$$

Le choix d'une décision de risque inférieur minimal correspond à une stratégie optimiste. Par contre, la minimisation du risque supérieur correspond à une stratégie pessimiste. De la même manière qu'avec la probabilité pignistique, dans le cas de coûts $\{0, 1\}$:

– décider en minimisant le risque supérieur revient à prendre une décision en

maximisant la crédibilité.
– décider en minimisant le risque inférieur revient à prendre une décision en maximisant la plausibilité,

La prise de décision sur le maximum de plausibilité est d'ailleurs la solution préconisée par Appriou [3]. Une étude comparative entre décisions pignistique et plausibilité est présentée dans [160].

Les différentes règles présentées précédemment proposent des décisions sur les singletons du cadre de discernement. En effet, les fonctions sur lesquelles sont fondées ces règles, sont des fonctions croissantes par inclusion. Cette propriété rend impossible leur utilisation directe pour des prises de décision sur des ensembles. Pour exploiter ces fonctions, il est nécessaire de les pondérer selon la cardinalité de l'ensemble considéré.

C'est la solution préconisée par Appriou [6]. Il propose de pondérer la fonction de plausibilité par une fonction de masse définie en fonction de la cardinalité des ensembles $A \in 2^{\Omega}$. Cette solution est également envisageable pour la fonction de crédibilité.

L'approche proposée par [83] permet de sélectionner l'ensemble ayant le maximum de crédibilité avec comme contrainte que l'ensemble retenu possède une crédibilité au moins supérieure à celle de son contraire sinon la décision est rejetée. Enfin, Martin et Quidu préconise l'utilisation d'une prise de décision sur des ensembles avec une option de rejet lorsque la croyance sur l'un des singletons est trop faible [143].

1.6 Gestion du conflit

La grandeur κ, définie par l'équation 1.20, représente le conflit. Celle-ci caractérise et quantifie le désaccord entre les différentes sources impliquées dans le processus de fusion. Comme nous l'avons déjà présenté [120, 117] et qui a été complété par Appriou [5], les raisons de l'apparition de ce conflit sont multiples. Parmi elles, on peut citer :

– la non-exhaustivité du cadre de discernement,
– le manque de fiabilité des sources d'information : source défaillante lors de la phase d'acquisition, mauvaise définition de la plage de fonctionnement du capteur lors de la phase d'apprentissage. Cette dernière cause peut être apparentée à la non-exhaustivité du cadre de discernement,
– les erreurs lors de la phase de modélisation des informations. Les méthodes de modélisation présentées dans la section 1.3.4.2 reposent, pour la plupart, sur le réglage de paramètres. Si ces paramètres sont mal ajustés, la modélisation peut être erronée et donc favoriser l'apparition d'un conflit lors de la phase de fusion.
– les sources ne parlent pas de la même observation,
– le nombre de sources impliquées dans la phase de combinaison est important.

Afin de gérer l'apparition du conflit, la meilleure solution consiste à identifier le problème et à le régler. Nous reviendrons sur cet aspect dans la section 1.7. Toutefois, dans la plupart des applications, les informations sont manipulées *a posteriori* ce qui rend impossible la résolution du problème. La seule solution est alors de prendre en compte ces éventuelles erreurs au niveau crédal. A ce niveau, le conflit peut être géré :

- par un affaiblissement sans avoir de connaissance experte sur les sources. Le problème repose alors sur la définition des coefficients d'affaiblissement. Afin de déterminer ces coefficients, des méthodes fondées sur des mesures de conflit ont été proposées.
- lors de la phase de combinaison, dans ce cas l'objectif est alors de répartir de la façon la plus fine possible le conflit.

Dans les sections 1.6.2 et 1.6.3, les différentes approches de gestion de conflits sont présentées selon la classification précédente. Toutefois, avant d'aborder ces deux aspects, les mesures de conflit sont exposées dans la section suivante.

1.6.1 Mesures du conflit

Dans cette section, seules les mesures de conflit entre fonctions de croyance sont présentées.

Outre la quantité $\kappa = m_{1\textcircled{\cap}2}(\emptyset)$, la première mesure reflétant la contradiction entre des fonctions de croyance a été proposée par Yager [235]. Elle est définie par :

$$Conf_Y = -\ln(1 - m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset)). \tag{1.34}$$

Du fait de la non-idempotence de la combinaison conjonctive, pour deux fonctions de masse identiques, les mesures $m_{1\textcircled{\cap}2}(\emptyset)$ et $Conf_Y$ ne sont pas nulles. Même si cela paraît cohérent du fait de l'aspect conjonctif (augmentation de la spécificité), cela ne semble pas satisfaisant du point de vue mesure de contradiction.

D'ailleurs, Liu [135] confirme que la valeur κ ne peut pas être définie comme une mesure de conflit entre fonctions de masse. A partir de ce constat, plusieurs recherches ont été menées afin de définir des mesures de distances entre des fonctions de masse. Parmi elles, on trouve des mesures qui sont des extensions de la distance Euclidienne [167, 168, 30], de la distance de Battacharyya [167, 168] et d'autres qui ont pour base la probabilité pignistique [212, 8]. La distance de Tessem [212], fondée sur la probabilité pignistique, est définie par :

$$d_T(m_1, m_2) = \max_{A \subseteq \Omega}(|BetP_1(A) - BetP_2(A)|) \tag{1.35}$$

avec $BetP_1$ et $BetP_2$ respectivement les probabilités pignistiques des fonctions de masse m_1 et m_2.

La distance la plus couramment utilisée est la distance proposée par Jousselme

et al. [94] définie par :

$$d_J(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(m_1 - m_2)^t \mathcal{D}(m_1 - m_2)} \tag{1.36}$$

où $\mathcal{D}$ représente l'indice de Jaccard obtenu par :

$$\mathcal{D}(A, B) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad A = B = \emptyset \\ \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} & \forall A, B \in 2^{\Omega}. \end{cases} \tag{1.37}$$

Cet index quantifie la similarité entre les ensembles. Diaz et al. [50] et Fixsen et al. [73] proposent d'utiliser d'autres index. Liu [135] propose de caractériser le conflit comme un couple de valeurs. Le second terme de ce couple correspond également à la distance de Tessem [212]. De façon similaire, Martin [140] soumet une approche fondée sur la distance de Jousselme mais pondérée par un degré d'inclusion. Des détails concernant ces distances et leurs propriétés sont reprises dans [95, 96].

L'utilisation de la distance comme mesure de conflit peut poser plusieurs problèmes :

- la distance maximale n'est pas forcement atteinte lorsque les fonctions de masse sont en totale contradiction,
- l'extension de la distance à plus de deux fonctions de masse est loin d'être aisée,
- les mesures de distance sont sensibles à la taille du cadre de discernement.

Ces différentes raisons ont conduit Destercke et Burger [47] et Klein et Colot [106] à énoncer d'autres approches. Cette dernière approche a uniquement été développée pour des fonctions de masse à support simple et elle a été appliquée dans le cadre du traitement d'image [107].

Dans cette section, nous avons abordé uniquement les mesures de conflit entre fonctions de croyance. Les mesures de conflit internes [78, 161, 75, 32, 33, 186], qui peuvent s'apparenter aux mesures d'incertitude abordées dans l'un des paragraphes de la section 1.4.3, n'ont pas été présentées. L'essentiel des approches d'affaiblissement fondées sur la notion de conflit, présentées dans la section suivante, exploitent des mesures de conflit entre fonctions. Pour notre part, nous avons proposé d'utiliser l'une des mesures d'incertitude (la confusion) pour affaiblir la fonction de croyance. Nous sommes persuadés que l'utilisation conjointe des mesures internes et de la mesure de conflit globale entre les fonctions reste la solution la plus adaptée. Cette idée est d'ailleurs l'objet de l'un de nos articles soumis actuellement [180].

1.6.2 Gestion du conflit au niveau de l'affaiblissement

Les approches de gestions de conflit, que l'on retrouve dans cette section, consiste à transférer la masse de croyance d'une fonction, considérée comme en conflit avec les autres, vers l'ensemble Ω. Les coefficients d'affaiblissement, permettant de faire ce transfert, sont basés sur le calcul d'une des mesures de conflit présentées dans la

section précédente.

Deng et al. [38, 81] ont proposé la première approche fondée sur une modification des masses de croyance par l'intermédiaire de la distance de Jousselme. Cette démarche construit une matrice de similarité entre fonctions de croyance. A partir des valeurs de cette matrice, les fonctions de croyance initiales sont pondérées. Cette approche fut reprise ensuite en partant d'une matrice de similarité différente [25].

Martin et al. [141] proposent de construire une fonction qui représente le conflit entre fonctions de croyance. Cette fonction est appelée $Conf(.,.)$. Une première définition de cette fonction est donnée par :

$$Conf(i,E) = \frac{1}{K-1} \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^{K} Conf(i,k) \tag{1.38}$$

où K représente le nombre de fonctions de croyance, E l'ensemble des sources d'information produisant une fonction de croyance et $Conf(i,k) = d_J(m_i, m_k)$ avec d_J la distance de Jousselme. Ainsi, la mesure $Conf(i,E)$ représente la distance moyenne entre la fonction de croyance m_i et les autres. Une seconde approche est proposée afin de définir cette mesure. Celle-ci repose sur la construction d'une fonction de croyance m_M issue de la combinaison des fonctions (en utilisant l'une des règles vue par exemple dans la section 1.4.4) de l'ensemble E exceptée la fonction m_i :

$$m_M = \bigodot_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} m_j \tag{1.39}$$

avec $\bigodot$ l'un des opérateurs vu précédemment. La mesure de conflit est alors définie par :

$$Conf(i,E) = d(m_i, m_M). \tag{1.40}$$

Une fois la mesure $Conf(i,E)$ calculée, on affaiblit la masse de croyance m_i par un coefficient d'affaiblissement défini par :

$$\alpha_i = (1 - Conf(i,E)^{\lambda})^{1/\lambda} \tag{1.41}$$

où α_i représente la fiabilité de la source i et $\lambda > 0$.

Afin de réduire le conflit de façon plus importante, Klein et Colot [105] proposent d'itérer ce calcul jusqu'à l'obtention d'une valeur optimale. Cette valeur optimale est définie en minimisant une distance entre les masses affaiblies puis combinées et une fonction de masse catégorique.

Une dernière approche utilisant la distance de Jousselme est présentée dans [136]. Elle diffère de l'approche initiale par le fait qu'elle traite de façon séquentielle les masses de croyance. Une extension de ces travaux est proposée par Schubert [185].

1.6.3 Gestion du conflit au niveau de la combinaison

La seconde solution, qui a pour objet de répartir plus finement le conflit, consiste à gérer celui-ci au niveau de la combinaison. Parmi les règles présentées à la section 1.4.4, la règle de combinaison de Dempster réalise cette opération de ré-allocation du conflit. En effet pour cette règle, le conflit est redistribué à chaque ensemble proportionnellement à sa masse issue de la combinaison conjonctive. Bien que souvent soutenue et justifiée théoriquement [53, 226, 103, 80], cette approche de répartition du conflit fut aussi critiquée par Zadeh [245, 246, 247] par l'intermédiaire d'un exemple. Depuis ce problème soulevé par Zadeh, de nombreuses règles ont vu le jour. Une classification de ces différentes approches de combinaison est possible [14].

1.6.3.1 Règles fondées sur la moyenne

On peut, dans un premier temps, citer les règles de combinaison fondées sur la moyenne. Parmi celles-ci, on retrouve la règle de combinaison de Murphy [159] définie par :

$$m_{Mur} = \bigoplus_{k=1}^{K} m_{mean}. \tag{1.42}$$

où $\bigoplus$ représente la combinaison de Dempster et m_{mean} correspond à la fonction de masse moyenne des K fonctions de croyance à combiner. Une autre approche utilisant la notion de moyenne est proposée par Josang [91]. Cette approche, appelée opérateur pondéré par la moyenne [15], consiste à répartir le conflit en fonction de la valeur moyenne des masses initiales. Delmotte et al. [35] proposent une autre approche fondée sur la moyenne pondérée. La pondération associée à chaque source k peut-être considérée comme la fiabilité β_k de chaque source k avec $\sum_k \beta_k = 1$. Ainsi pour deux sources d'information, la règle peut s'écrire de la façon suivante :

$$m_{Del-m} = \beta_1 m_1 + \beta_2 m_2 \tag{1.43}$$

1.6.3.2 Règles intermédiaire conjonctif/disjonctif

Une autre famille de règles de combinaison propose d'exploiter un comportement intermédiaire entre la règle conjonctive et la règle disjonctive. La première approche fut introduite par Dubois et Prade [56, 57]. Cette règle s'exprime de la façon suivante :

$$m_{DP}(A) = m_{\textcircled{\cap}}(A) + \sum_{\substack{B \cap C = \emptyset \\ B \cup C = A}} m_1(B) m_2(C) \qquad \forall A \neq \emptyset. \tag{1.44}$$

14. Certaines règles ne peuvent être répertoriées dans l'une des deux catégories qui suivent. Parmi elles nous pouvons citer la règle de Yager [236, 237], les règles de Josang [90, 93, 92] et la règle de Zhang [249].

15. WAO en anglais pour *Weight Average Operator*.

Pour cette règle lorsque deux ensembles sont disjoints, alors le conflit est redistribué sur l'ensemble le plus petit contenant à la fois B et C, c'est-à-dire $B \cup C = A$. Cette règle permet de répartir les conflits partiels [16] et non le conflit global κ [17].

En reprenant cette approche, Florea et al. [74, 77] ont introduit une famille de règles adaptatives, appelée règle de combinaison robuste. Cette famille de règles est définie de la manière suivante :

$$m_F(A) = \beta_1(\kappa) m_{\textcircled{\cap}}(A) + \beta_2(\kappa) m_{\textcircled{\cup}}(A) \qquad \forall A \neq \emptyset \tag{1.45}$$

où β_1 et β_2 sont deux fonctions dépendantes du conflit κ. Florea propose une première définition de ces fonctions qui donne une interaction symétrique entre la règle conjonctive et disjonctive :

$$\beta_1(\kappa) = \frac{\kappa}{1 - \kappa + \kappa^2} \tag{1.46}$$

$$\beta_2(\kappa) = \frac{1 - \kappa}{1 - \kappa + \kappa^2}. \tag{1.47}$$

Dans [77], une autre proposition pour les fonctions β_1 et β_2, fondée sur des formes logarithmiques correspondant mieux à la distribution non symétrique du conflit, a été proposée. Martin et al. [142] ont proposé une extension de cette famille en introduisant une famille dite règles mixtes qui est définie de la manière suivante :

$$m_{mixte}(A) = \sum_{B \cap C = A} \delta_1(B,C) m_1(B) m_2(C) + \sum_{B \cup C = A} \delta_2(B,C) m_1(B) m_2(C). \tag{1.48}$$

Au contraire de la règle de Florea, la règle mixte intègre les poids de répartition au niveau des combinaisons partielles. Les poids δ peuvent être fonction du conflit global, des conflits partiels ou de la taille des ensembles en conflit. Par exemple, les fonctions δ_1 et δ_2 peuvent être définies de la façon suivante :

$$\delta_1(B,C) = 1 - \frac{|B \cap C|}{|B \cup C|} \tag{1.49}$$

$$\delta_2(B,C) = 1 - \delta_1(B,C). \tag{1.50}$$

Cette règle, selon les valeurs prises par les coefficients δ, permet de retrouver les opérateurs conjonctif, disjonctif, de Florea et de Dubois et Pradre. Comme Dezert et al. [48] l'ont démontré, cette règle a aussi été proposée par Yamada [241].

D'autres règles [191, 76], dites règles à redistribution proportionnelle du conflit [18], permettent une répartition du conflit partiel. Cette règle, notée PCR5, est définie

16. Par exemple pour deux fonctions de croyance, l'un des conflits partiels quantifie l'opposition entre deux ensembles distincts de chacune des sources.
17. Le conflit global est la somme des conflits partiels.
18. *Proportional Conflict Redistribution rules* (PCR) en anglais.

de la façon suivante :

$$m_{PCR5}(A) = m_{\textcircled{\cap}}(A) + \sum_{\substack{B\in 2^\Omega \\ A\cap B=\emptyset}} \left[\frac{m_1(A)^2 m_2(B)}{m_1(A)+m_2(B)} + \frac{m_2(A)^2 m_1(B)}{m_2(A)+m_1(B)} \right]. \quad (1.51)$$

Une extension de cette règle a été proposée par Martin [142]. Cette extension permet d'adjoindre à la règle précédente une partie de la redistribution du conflit à l'union des ensembles. Cette règle est appelée règle de redistribution proportionnelle du conflit affaibli [19] :

$$m_{DPCR}(A) = \begin{cases} m_{\textcircled{\cap}}(A) + \sum_{A\cap B=\emptyset} \varepsilon \left[\frac{m_1(A)^2 m_2(B)}{m_1(A)+m_2(B)} + \frac{m_2(A)^2 m_1(B)}{m_2(A)+m_1(B)} \right] \\ \\ + \sum_{\substack{B\cup C=A \\ B\cap C=\emptyset}} (1-\varepsilon) m_1(B) m_2(C) \end{cases} \quad (1.52)$$

Dans cette équation ε représente le "coefficient d'affaiblissement" [20] de la règle DPCR. Il est à noter que Martin et al. [142] ont proposé également une combinaison des deux règles définies par les équations 1.52 et 1.48. Enfin, la règle *minC* de Daniel [31] propose elle aussi une redistribution du conflit partiel.

Dans ce cadre, nous avons également proposé deux approches de redistribution des conflits partiels [121]. La première de ces approches redistribue le conflit partiel $m_1(A)m_2(B)$ avec $A \cup B = \emptyset$ sur A et sur B proportionnellement aux masses $m_1(A)$ et $m_2(B)$. Cette première contribution est équivalente à celle qui a été reprise par la suite dans le cadre de la règle PCR5 (équation 1.51). La seconde proportion redistribue la masse conflictuelle non seulement sur A et B mais également sur $A \cup B$. Cette proposition peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} m(A) &= m_{\textcircled{\cap}}(A) + \sum_{\substack{B\in 2^\Omega \\ A\cap B=\emptyset}} \left[\frac{m_1(A)^2 m_2(B)}{2(m_1(A)+m_2(B))} + \frac{m_2(A)^2 m_1(B)}{2(m_2(A)+m_1(B))} \right] \\ m(A\cup B) &= m_{\textcircled{\cap}}(A\cup B) + \sum_{\substack{A,B\in 2^\Omega \\ A\cap B=\emptyset}} \left[\frac{m_1(A)m_2(B)}{2} + \frac{m_1(B)m_2(A)}{2} \right]. \end{aligned}$$

Nous avons par ailleurs proposé une formulation permettant de retrouver une grande partie des règles définies précédemment [120, 128, 117, 118]. Pour cela, nous supposons que le conflit peut être réparti en fonction de poids $\beta(.)$. La combinaison est

19. En anglais : DPCR pour *Discounting Proportional Conflict Redistribution*

20. Ce coefficient ne joue pas exactement le même rôle que celui défini dans la section 1.4.3 car la masse est allouée à l'union des ensembles et non à Ω. Toutefois, le terme signifie que la fonction de masse est moins engagée.

alors définie de la façon suivante :

$$m_\beta(A) = m_{\textcircled{\cap}}(A) + \beta(A) m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) \qquad A \neq \emptyset \tag{1.53}$$

$$m_\beta(\emptyset) = \beta(\emptyset) m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) \tag{1.54}$$

avec $\sum_{A \subseteq \Omega} \beta(A) = 1$. Une approche similaire a été développée auparavant par Inagaki [86] mais dans cette approche la répartition du conflit ne dépendait que d'un seul paramètre rendant cette règle moins globale que notre suggestion. Ainsi, notre proposition permet de retrouver aussi bien les règles de combinaison répartissant le conflit global que les règles redistribuant les conflits partiels. Enfin, une relation liant l'affaiblissement et la combinaison a démontré que la gestion du conflit par un coefficient d'affaiblissement (défini par l'équation 1.15) n'est qu'un cas particulier de la formulation proposée [114].

1.7 Combinaison et alarme

Dans la section précédente, nous avons présenté différentes manières de gérer le conflit κ. Que ce soit une gestion par l'affaiblissement ou par la combinaison, les approches proposées transfèrent le conflit sur Ω pour l'affaiblissement ou sur d'autres éléments de 2^Ω pour les approches combinaisons. Ce transfert de croyance peut être vu comme une perte d'information. En effet, Smets [203] préconise d'utiliser la combinaison conjonctive (et donc de garder la valeur de κ à part entière) afin de fournir une alarme au décideur. Cette alarme peut permettre au décideur de venir rétroagir sur le système en vérifiant les sources d'informations (défaillance de capteurs) ou reparamétrer le système si celui-ci possède une certaine dynamique (évolution des données en fonction du contexte). Malheureusement, l'ensemble vide est l'élément absorbant de cette combinaison rendant impossible son utilisation lors de la combinaison d'un grand nombre de fonctions. Si l'on considère, K fonctions de croyance ayant pour distribution :

$$m(\{\omega_1\}) = 0.65 + \varepsilon \qquad m(\{\omega_2\}) = 0.25 - \varepsilon \qquad m(\Omega) = 0.1.$$

où ε est une valeur aléatoire comprise entre $[-0.1; 0.1]$. La combinaison de cet ensemble de K fonctions produit une masse sur l'ensemble vide qui est croissante malgré l'accord relatif des sources. La figure 1.3 illustre ce comportement. On constate sur cette figure qu'en fusionnant 10 fonctions de masse, qui semblent en accord entre elles, le conflit κ atteint 95% de part de croyance. Un tel comportement rend alors impossible l'utilisation de cette grandeur en tant qu'alarme.

Par ailleurs, même si les mesures de conflit présentées dans la section 1.6.1 sont en pleines expansions, il n'y a pas encore de consensus sur leur exploitation. De plus, la plupart de ces grandeurs ne permettent de mesurer le conflit qu'entre deux fonctions de masses ou au mieux entre une fonction de masse et un ensemble de fonctions. Enfin, le rôle de ces fonctions est de fournir une quantification du

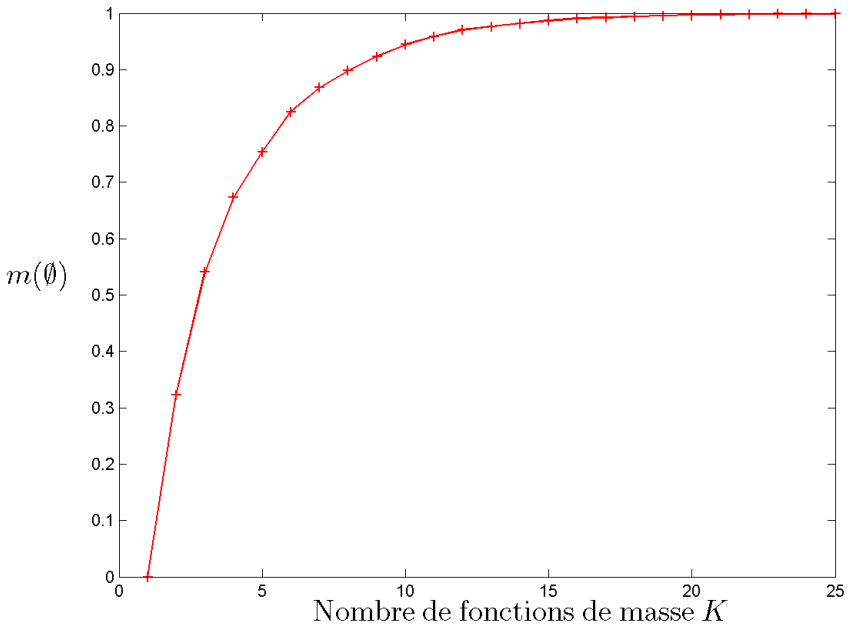

FIGURE 1.3 – *Evolution du conflit $\kappa = m(\emptyset)$ en fonction du nombre de fonctions de masse impliquées dans le processus de fusion.*

conflit sans synthétiser l'ensemble des fonctions de masse (en clair sans réaliser de combinaisons).

Nous avons proposé une approche [122], permettant à la fois d'obtenir une synthèse des fonctions de croyance et rendant à la valeur κ son rôle d'alarme. Ce formalisme fournit une alarme au décideur concernant son processus de fusion et l'informe de la présence éventuelle d'une source singulière [21]. Il lui permet donc de prendre des dispositions adéquates comme par exemple de renforcer le poids de la source singulière si elle est informative ou de la traiter comme source erronée si elle est non informative. Ce processus, nommé combinaison avec un conflit adapté [22], est décrit dans les sections suivantes.

1.7.1 Cas à deux fonctions de masse

Dans un premier temps, seul le cas de deux bbas m_1 et m_2 est étudié. La notion de désaccord peut-être obtenue à partir d'une mesure de conflit. Bien que notre approche puisse être utilisée avec une mesure de conflit quelconque, par simplicité, nous utilisons une distance. Cette distance peut-être calculée par l'une des méthodes proposées dans la section 1.6.1 et est notée $d(m_1, m_2)$. Les bornes de la fonction d

21. On définit une source singulière comme une source tenant un discours différent des autres sources [106].

22. En anglais *Combination With Adapted Conflict* (CWAC)

sont :

- $d(m_1, m_2) = 0$: m_1 et m_2 sont similaires (et sont donc en accord) et leur combinaison ne devrait pas générer de conflit. Dans ce cas, le conflit devra être redistribué de la même manière qu'avec la règle de combinaison de Dempster.
- $d(m_1, m_2) = 1$: m_1 et m_2 sont antinomique (i.e. $m_1(\{\omega_j\}) = 1$ et $m_2(\{\omega_i\}) = 1$ avec $\omega_i \neq \omega_j$). Leur combinaison produira une masse conflictuelle exprimant leur opposition. Cette grandeur devra être conservée de la même manière qu'avec la combinaison conjonctive.

Le combinaison CWAC est définie par une pondération adaptée entre la règle conjonctive et la règle de Demspter. Cette pondération adaptative permet d'obtenir un comportement similaire à celui de la règle conjonctive lorsque les fonctions de croyance sont antinomiques et équivalent à celui de la règle de Dempster lorsque les fonctions de croyance sont similaires. Entre ces deux extrêmes, un passage graduel peut-être envisagé. La règle de combinaison que nous proposons notée $\textcircled{\leftrightarrow}$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$m_{\textcircled{\leftrightarrow}}(A) = \beta_1 m_{\textcircled{\cap}}(A) + \beta_2 m_{\oplus}(A) \qquad \forall A \subseteq \Omega \tag{1.55}$$

avec :

$$m_{\oplus}(A) = (m_1 \oplus m_2)(A) \qquad \forall A \subseteq \Omega \tag{1.56}$$

$$m_{\textcircled{\cap}}(A) = (m_1 \textcircled{\cap} m_2)(A) \qquad \forall A \subseteq \Omega \tag{1.57}$$

où γ_1 et γ_2 sont des fonctions dépendantes de la distance $d(m_1, m_2)$. Ces fonctions doivent satisfaire les contraintes suivantes :

$$\beta_1 = f_1(d(m_1, m_2)) \quad \text{avec} \quad f_1(0) = 0 \quad \text{et} \quad f_1(1) = 1 \tag{1.58}$$

$$\beta_2 = f_2(d(m_1, m_2)) \quad \text{avec} \quad f_2(0) = 1 \quad \text{et} \quad f_2(1) = 0 \tag{1.59}$$

avec $\beta_1 + \beta_2 = 1$. Bien que d'autres fonctions sont possibles, nous pouvons prendre, dans un premier temps, les fonctions linéaires telles que :

$$\beta_1 = d(m_1, m_2) \tag{1.60}$$

$$\beta_2 = 1 - d(m_1, m_2). \tag{1.61}$$

Ainsi, notre proposition peut s'écrire $\forall A \subseteq \Omega$ et $m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) \neq 1$:

$$m_{\textcircled{\leftrightarrow}}(A) = m_1 \textcircled{\leftrightarrow} m_2(A) = d(m_1, m_2) m_{\textcircled{\cap}}(A) + (1 - d(m_1, m_2))\, m_{\oplus}(A). \tag{1.62}$$

Quand $m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) = 1$, alors nous avons $m_{\textcircled{\leftrightarrow}}(\emptyset) = 1$.

1.7.2 Cas général

La question de la généralisation de cette approche se pose lorsque plus de deux fonctions de croyance sont à fusionner. En effet, de manière classique les mesures

de dissimilarité ne sont définies qu'entre deux fonctions de croyance. Soit K bbas notées $m_1, \ldots, m_k \ldots, m_K$ qui doivent être fusionnées. La mesure de dissimilarité entre ces fonctions, qui est nécessaire d'utiliser dans le cas de l'approche proposée, peut-être une synthèse des distances entre les bbas. L'objectif de l'approche proposée est d'offrir au décideur, après la fusion, une mesure de conflit qui permet de distinguer la présence d'une source singulière parmi les bbas. Il apparaît alors naturel de réaliser cette synthèse en utilisant, par exemple, la valeur maximale de l'ensemble des distances [23]. Dans ce cas, la valeur de D peut-être définie par :

$$D = \max_{i,j} \left[d(m_i, m_j) \right] \tag{1.63}$$

avec $i \in [1, K]$ et $j \in [1, K]$. Notre proposition peut se généraliser de la façon suivante $\forall A \subseteq \Omega$ et $m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) \neq 1$:

$$m_{\textcircled{\leftrightarrow}}(A) = \left(\underset{i}{\textcircled{\leftrightarrow}} m_i \right)(A) = D m_{\textcircled{\cap}}(A) + (1 - D) m_{\oplus}(A) \tag{1.64}$$

et

$$m_{\textcircled{\leftrightarrow}}(\emptyset) = 1 \quad \text{quand} \quad m_{\textcircled{\cap}}(\emptyset) = 1 \tag{1.65}$$

avec :

$$m_{\textcircled{\cap}}(A) = \left(\underset{i}{\textcircled{\cap}} m_i \right)(A) \quad \text{et} \quad m_{\oplus}(A) = \left(\underset{i}{\oplus} m_i \right)(A) \quad \forall i \in [1, K]. \tag{1.66}$$

Dans la section suivante, nous allons comparer sur deux exemples notre proposition avec la combinaison conjonctive. En ce qui concerne, la mesure de contradiction utilisée dans notre approche, nous employons la distance de Jousselme [94] et la distance de Tessem [212].

1.7.3 Comportement

Exemple n°1 Pour ce premier test, on considère un cadre de discernement $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Dans un premier temps, on considère 5 fonctions de croyance dont les distributions sont données dans le tableau 1.1. On peut constater que ces distributions sont relativement similaires. Dans ce tableau, on retrouve aussi les résultats de la combinaison de ces 5 sources avec l'opérateur conjonctif et notre proposition. Le conflit engendré par la combinaison conjonctive est relativement important ce qui n'est pas le cas avec notre approche (0.9317 contre 0.1118 si on utilise la distance de Jousselme [24] ou 0.1025 si l'on utilise la distance de Tessem [25]). Considérons maintenant le cas de figure, où une $6^{\text{ème}}$ source est ajoutée. Cette source est singulière par rapport aux 5 premières. Le résultat des combinaisons de ces 6 fonctions de

23. Toutefois selon le comportement souhaité, le décideur peut choisir d'autres opérateurs afin de synthétiser ces mesures.

24. Dans ce cas, la fonction de masse obtenue par notre approche est notée ${}^{J}m^{1,\ldots,5}_{\textcircled{\leftrightarrow}}$

25. Dans ce cas, la fonction de masse obtenue par notre approche est notée ${}^{T}m^{1,\ldots,5}_{\textcircled{\leftrightarrow}}$

bba	$\emptyset$	$\{\omega_1\}$	$\{\omega_2\}$	$\{\omega_1,\omega_2\}$	$\{\omega_3\}$	$\{\omega_1,\omega_3\}$	$\{\omega_2,\omega_3\}$	Ω
m_1	0	0.55	0	0	0.40	0	0.05	0
m_2	0	0.50	0	0	0.30	0	0.2	0
m_3	0	0.60	0	0	0.25	0.	0.15	0
m_4	0	0.52	0	0	0.25	0	0.23	0
m_5	0	0.59	0	0	0.22	0	0.19	0
$m_{\cap}^{1,..,5}$	**0.9317**	0.0506	0	0	0.0176	0	0.0001	0
${}^{J}m_{\leftrightarrow}^{1,..,5}$	**0.1118**	0.6580	0	0	0.2294	0	0.0009	0
${}^{T}m_{\leftrightarrow}^{1,..,5}$	**0.1025**	0.6649	0	0	0.2318	0	0.0009	0
m_6	0	0	0.5	0	0.30	0	0.2	0
$m_{\cap}^{1,..,6}$	**0.9911**	0.0001	0	0	0.0088	0	0	0
${}^{J}m_{\leftrightarrow}^{1,..,6}$	**0.5628**	0.0016	0	0	0.4349	0	0.0006	0
${}^{T}m_{\leftrightarrow}^{1,..,6}$	**0.5947**	0.0015	0	0	0.4032	0	0.0006	0

Tableau 1.1 – Comportement des différentes combinaisons

croyance est également présenté dans le tableau 1.1. Ces résultats permettent de mettre en lumière une augmentation importante de la valeur du conflit dans le cas de l'approche proposée. Cette valeur est, selon la distance employée, de 5 à 6 fois plus importante que lors de la première combinaison. Dans le cas de la combinaison conjonctive, l'augmentation n'est que de 6.4% (c'est-à-dire 1.06 plus importante seulement). Ainsi, la détection de la présence d'une source singulière dans le processus de fusion est plus aisée avec notre proposition. Ces conclusions sont confortées par le test présenté dans la section suivante.

Exemple n°2 Dans cette section, nous reprenons, dans un premier temps, l'exemple introductif de la section 1.7. L'évolution du conflit pour les oéprateurs $\cap$ et $\leftrightarrow$ en fonction du nombre de sources K à combiner est représenté sur la figure 1.4. Comme constaté précédemment, la valeur du conflit pour la combinaison conjonctive est de plus en plus importante même lorsque les sources sont en accord. Avec l'approche proposée, la valeur du conflit n'augmente que très légèrement.

Maintenant, considérons qu'une fonction de masse contradictoire aux autres est ajoutée. Cette fonction de masse est définie par :

$$m(\{\omega_1\}) = 0.25 + \varepsilon \quad (1.67)$$
$$m(\{\omega_2\}) = 0.65 - \varepsilon \quad (1.68)$$
$$m(\Omega) = 0.1 \quad (1.69)$$

La figure 1.5 illustre l'évolution du conflit dans ce cas.

La comparaison des deux tests précédents est représenté sur la figure 1.6. Nous

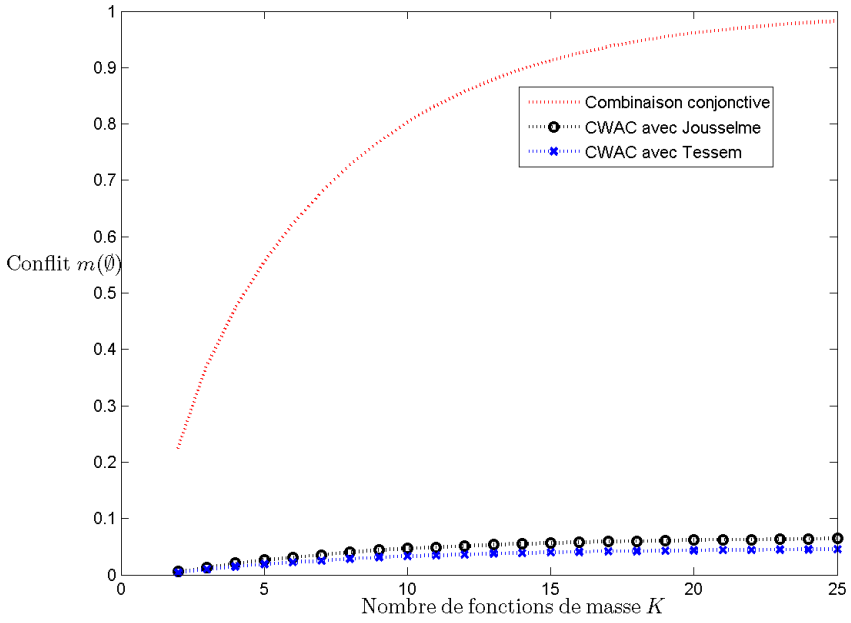

FIGURE 1.4 – *Evolution du conflit pour la combinaison de K fonctions de croyance non contradictoires.*

pouvons constater sur cette figure qu'au-delà de 20 fonctions de croyance à combiner, la valeur du conflit obtenue par la combinaison conjonctive ne nous permet plus d'identifier une contradiction possible entre les fonctions. En effet, la valeur du conflit est presque similaire dans les deux situations, ce qui n'est pas le cas pour notre proposition.

Notre proposition permet de redonner le sens d'alarme à la valeur $m(\emptyset)$. Cette approche correspond à une adaptation entre la combinaison de Dempster et la combinaison conjonctive en fonction d'une mesure de contradiction (ici une distance mais d'autres mesures peuvent être utilisées). Cette combinaison, nommé CWAC, réduit l'effet absorbant de l'ensemble vide. Nous envisageons de mettre en œuvre cette stratégie de combinaison dans le cas d'une application concernant la communication inter-véhicules [67].

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit brièvement les différentes théories permettant de prendre en compte des informations imparfaites. Cette introduction, nous a permis de justifier notre choix pour la théorie des fonctions de croyance. Ensuite, les différentes interprétations liées à cette théorie ont été présentées. Parmi celle-ci, nous avons retenu le Modèle des Croyances Transférables de Smets [204]. La structure de ce modèle, décomposé en 2 niveaux, a servi de fil conducteur à ce

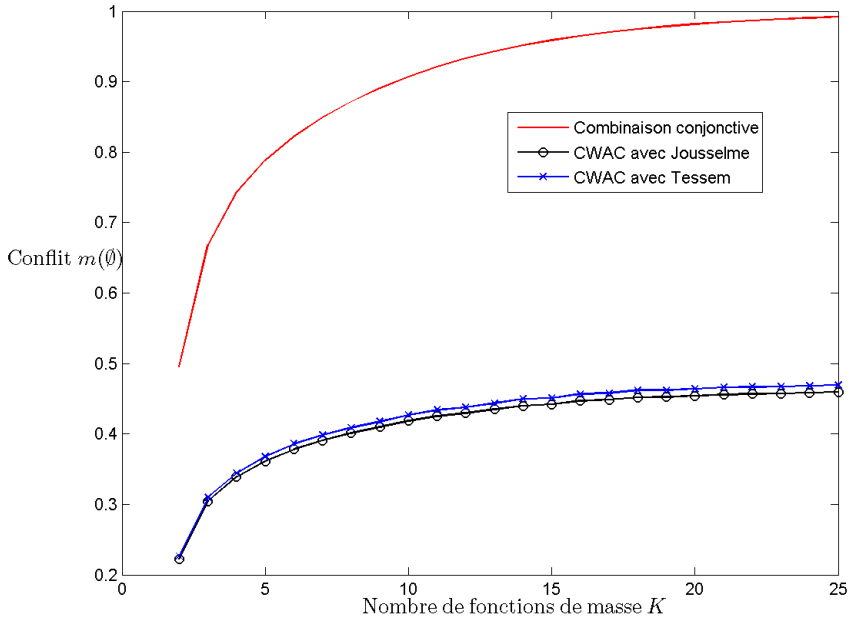

FIGURE 1.5 – *Evolution du conflit pour la combinaison de K fonctions dont une est contradictoire.*

chapitre.

Tout d'abord, la partie modélisation statique des croyances a été présentée. A ce niveau, classiquement deux familles d'approches sont utilisées afin de définir les fonctions de croyance : les approches vraisemblances et les approches distances. Parmi nos travaux, nous avons utilisé les approches distances dans le cadre de la segmentation d'images en réalisant un filtre crédal [219] mais également pour la classification de couronnes d'arbres [179]. Par ailleurs pour la modélisation par les vraisemblances, nous avons proposé une méthode permettant de résoudre le problème de la complexité algorithmique dans le cas d'un cadre de discernement comptant un nombre d'hypothèses important [221]. Enfin, nous avons proposé d'autres approches de modélisation fondées sur les matrices de confusion dans un cadre de classification [1, 59, 123].

Au niveau de la partie crédal dynamique, qui correspond au transfert de croyance lors de l'arrivée d'une nouvelle information, les aspects affaiblissement et combinaison ont été particulièrement détaillés.

En ce qui concerne l'affaiblissement, deux aspects ont été présentés. Tout d'abord, l'affaiblissement prenant en compte la fiabilité d'une source. Les coefficients de fiabilité peuvent être obtenus de plusieurs manières. Pour notre part, nous avons proposé des méthodes exploitant soit des critères d'information et une distance [116, 115, 125, 127] soit des mesures de conflit dit interne [126, 119]. Par ailleurs, nous avons proposé d'utiliser la matrice de confusion afin de définir les fonctions de masse de

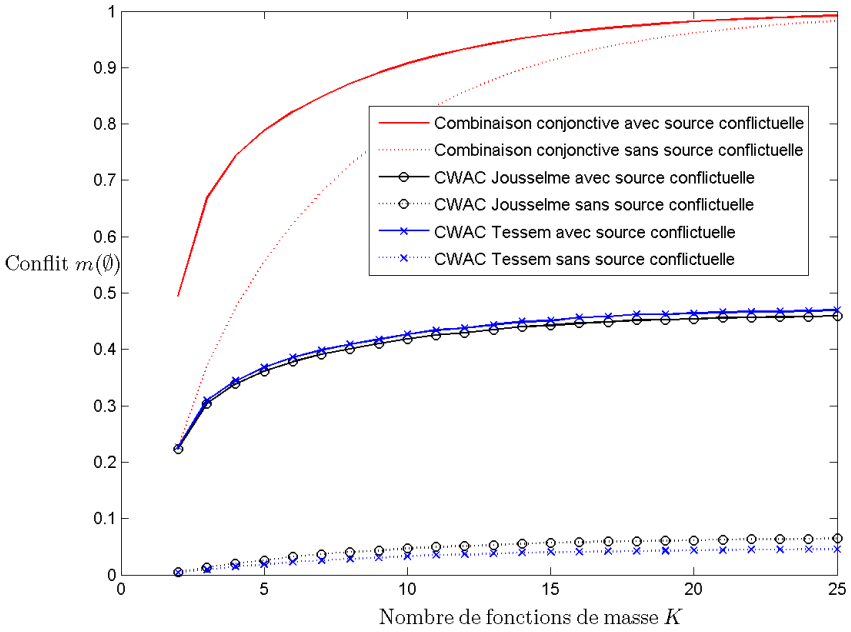

FIGURE 1.6 – *Comparaison entre la combinaison de K fonctions similaires et la combinaison de $K-1$ fonctions similaires et une contradictoire.*

fiabilité utilisées dans le cadre de l'affaiblissement contextuel [147, 60]. L'autre enjeu de l'affaiblissement concerne la réduction du conflit lors de la combinaison. Dans ce cadre, les coefficients d'affaiblissement attribués sont issus d'une analyse du conflit entre les différentes sources à fusionner.

Les travaux menés dans le cadre de la combinaison sont relativement nombreux [187, 203]. Les travaux parmi les plus intéressants ont été présentés. Toutefois, il n'existe pas de combinaison meilleure qu'une autre. Certains auteurs [203, 104, 108] proposent d'étudier les données de l'application et ensuite les propriétés de chacune des règles afin de réaliser la meilleure association possible. Pour notre part, nous avons proposé tout d'abord deux méthodes de combinaison avec redistribution de conflits partiels [121], un cadre unificateur [117] et dernièrement une combinaison permettant d'exploiter le conflit en tant qu'indicateur d'un éventuel problème lors de la phase de fusion [122].

Enfin, les outils du niveau pignistique, lieu de la prise de décision, ont été présentés.

Après avoir introduit nos travaux sur les différents aspects théoriques, les chapitres suivants abordent les aspects applicatifs. Au cours de nos travaux, nous sommes intervenus sur différentes applications :

- sur le diagnostic de machines électriques [163, 164, 166],
- les véhicules intelligents, et plus particulièrement l'association dans le cadre du suivi de véhicules [129, 130, 149, 150, 151], l'estimation de temps de par-

cours [123, 59] et la communication inter-véhicules [67],
- sur un système d'aide à la décision pour l'entomologie médico légale [220, 223].
- et enfin l'aide à la décision multi-critères [62, 63, 64],

Ces deux dernières applications, qui correspondent à des travaux plus récents, sont reprises et détaillés dans les chapitres suivants.

Chapitre 2

Logistique et Aide à la Décision Multi-Critères

Sommaire

2.1 Introduction 39
2.2 La logistique 39
2.2.1 Définition 39
2.2.2 La chaîne logistique 40
2.2.3 Gestion de la chaîne logistique 41
2.2.4 Problématique 42
2.3 Aide à la décision multi-critères 44
2.3.1 Introduction 44
2.3.2 La méthode AHP 47
2.3.3 Les connaissances imparfaites et la méthode AHP 51
2.4 Expérimentation 54
2.5 Conclusion 57

Dans ce chapitre, nous abordons une application essentielle du laboratoire auquel je suis rattaché : la logistique. Dans le cadre de cette application, l'une des premières thématiques abordées dans la littérature concerne la recherche d'un trajet optimal pour une tournée de véhicules (collecte/distribution de courrier postal auprès de clients, tournée de dépanneurs, ...). Ce problème couramment appelé VRP[1] *est un problème NP-difficile. La résolution exacte de ce type de problèmes n'est donc pas envisageable dans le cas d'un nombre important de sites à desservir faute de temps. Mes premiers travaux concernant la logistique ont porté sur cette problématique. L'approche, que nous avons proposée dans un premier temps, consiste à décomposer le problème en sous-problèmes [124]. La décomposition est réalisée par un partitionnement géographique automatique des différents sites à desservir. Ce partitionnement est obtenu par un algorithme, fondé sur la théorie des fonctions de croyance, développé par ailleurs [43]. Une fois cette décomposition obtenue, la recherche d'une solution exacte au sein de chaque partition peut être lancée.*

Actuellement, d'autres problématiques, toujours liées à la logistique sont abordées. Celles-ci concernent plus particulièrement l'aide à la décision multi-critères[2]*. Ces aspects sont actuellement développés dans le cadre des travaux de thèse d'Amel Ennaceur que je co-encadre. Ce chapitre reprend une partie de ces travaux [62, 63, 64].*

1. Pour *Vehicle Routing Problem* en anglais.
2. En anglais, *Multi Criteria Decision Making* (MCMD).

2.1 Introduction

Depuis la fin du XIX$^{\text{ième}}$ et le début du XX$^{\text{ième}}$ Siècle, les travaux concernant l'optimisation de la production dans les entreprises ont pris un essor majeur [158]. On parle alors de Taylorisme, de Fordisme, de Toyotisme, etc. Ces travaux ont continué au cours du XX$^{\text{ième}}$ Siècle avec l'apparition des *Progiciels de Gestion Intégré* (PGI) [3] qui intègrent les principales composantes fonctionnelles d'une entreprise.

Toutefois, le marché s'internationalisant, les flux des matières premières, des produits semi-finis ou finis sont de plus en plus importants. Des études ont démontré que les coûts de transport et de stockage de ces matières représentent une part non négligeable du prix final [153]. Par ailleurs, le contexte économique est difficile depuis plusieurs années. Les entreprises sont donc soumises à des marchés instables et de plus en plus concurrentiels.

Optimiser uniquement l'outil de production semble donc avoir atteint ses limites. Des études montrent que les gains potentiels attendus, par une entreprise qui s'intéresse uniquement à sa gestion interne, sont très limités si on les compare aux gains potentiels lorsque l'on cherche à optimiser l'ensemble de la chaîne : fournisseurs, transport, stockage, clients, etc. Ainsi des regroupements d'entreprises ont émergé à l'intérieur desquels les frontières de l'entreprise sont de moins en moins précises. Ces regroupements intègrent dans la structure de l'entreprise ses clients, ses fournisseurs, ses partenaires. Cette structure s'étend ou se rétracte au rythme des alliances que l'entreprise passe ou des projets qu'elle porte [29].

Cet ensemble d'entreprises organisées en réseaux est appelé *chaîne logistique* [4]. Ainsi actuellement, la concurrence ne se situe plus entre producteurs mais elle concerne des chaînes logistiques entières [27, 112].

2.2 La logistique

Le terme logistique vient du mot grec *"logistike"* qui signifie l'art du raisonnement et du calcul. Ce terme a eu longtemps une connotation militaire. Dans ce contexte, la logistique définit l'ensemble des techniques mises en œuvre pour assurer l'approvisionnement, et le maintien en conditions opérationnelles des troupes armées en temps de guerre. Ce concept a été transposé en Europe à la gestion de l'entreprise à la fin de la seconde guerre mondiale.

2.2.1 Définition

La définition du terme logistique a évolué au fil des années en fonction des évolutions des marchés [215, 88, 89]. Passant de "La logistique concerne le mouvement et la manutention de marchandises du point de production au point de consommation ou d'utilisation" [5] qui fut la première définition donnée par l'American Marketing

3. En anglais, ERP pour *Enterprise Resource Planning*.
4. En anglais, *Supply Chain*.
5. Point de vue qui prend en compte exclusivement les aspects de la phase de distribution.

Association en 1948 à une définition plus complète et actuelle "une discipline à l'interface entre les sciences de gestion et les sciences de l'ingénieur. D'un côté les gestionnaires s'intéressent à la stratégie de l'organisation et au rôle joué par la logistique dans cette stratégie, et de l'autre les ingénieurs mobilisant plusieurs outils relevant de la recherche opérationnelle qui donnent des solutions à des problèmes logistiques. Des liens très profonds doivent être établis entre ces deux courants de recherche." donnée par Lièvre et Tchernev [134]. Outre l'adaptation de la terminologie au marché, le nombre important de définitions est également dû aux divergences d'idées sur le concept de la logistique. Cette divergence vient principalement du domaine d'application auquel la logistique est destinée. Parmi ces domaines on peut citer :

- logistique d'approvisionnement : découverte et achat auprès de nouveaux fournisseurs.
- logistique de production : conception et optimisation de la production (on parle également d'ordonnancement dans ce cas).
- logistique de distribution : transport et dispatching.
- logistique hospitalière : approvisionnement, stockage et distribution des médicaments et produits médicaux.
- etc.

L'objectif commun à ces différentes applications est d'atteindre une haute performance du système, en assurant une meilleure qualité des produits, une meilleure disponibilité à moindre coût et une plus grande flexibilité lui permettant de s'adapter au mieux aux fluctuations du marché [153].

2.2.2 La chaîne logistique

Une chaîne logistique inclut la transformation et le transport des produits, depuis les matières premières et composants, en passant par les différentes phases de production, d'assemblage, de stockage, jusqu'à l'obtention des produits finis et leur distribution [89]. La figure 2.1 illustre l'architecture classique d'une chaîne logistique avec ces différentes composantes.

Pour caractériser l'échange de matière entre les différents maillons d'une chaîne logistique (matières premières, produits semi-finis, produits finis), on parle de flux physique. Ce flux engendre deux autres flux :

- le flux financier : à chaque échange de flux physique est associé, dans le sens inverse, un échange de valeur monétaire. Ce flux peut être utilisé comme indicateur de performance du fonctionnement de chaque maillon de la chaîne [2].
- le flux d'informations : ce flux assure l'échange de données ou de décisions entre les différents maillons de la chaîne. Cet échange d'informations permet au gestionnaire de connaître le fonctionnement des autres maillons et ainsi de prendre les meilleures décisions assurant un fonctionnement optimal de sa structure.

Ces différents flux sont représentés sur la figure 2.2.

L'amélioration des performances de la chaîne logistique passe par une plus grande

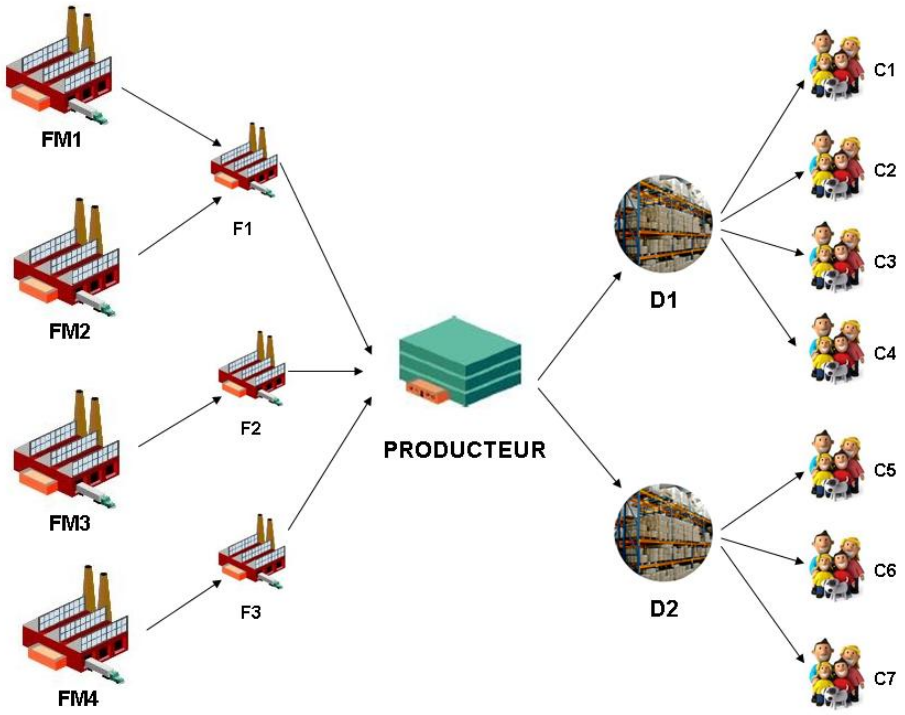

FIGURE 2.1 – *Architecture d'une chaîne logistique. Sur cette figure les FMi représentent les fournisseurs de matière première, les Fi les fournisseurs de produit semi-finis, les Di les dépôts et enfin les Ci les clients.*

fluidité de circulation de ces trois flux en réduisant les coûts de l'ensemble du système. Les approches proposées dans la littérature sont regroupées par la terminologie *gestion de chaîne logistique*[6].

2.2.3 Gestion de la chaîne logistique

Simchi-Levi et al. [189] définissent la gestion d'une chaîne logistique comme "un ensemble d'approches utilisées pour intégrer efficacement les fournisseurs, les producteurs et les centres de distribution, de manière à ce que la marchandise soit produite et distribuée à la bonne quantité, au bon endroit et au bon moment dans le but de minimiser les coûts et d'assurer le niveau de service exigé par le client".

Les différentes approches mises en œuvre, afin de gérer de façon optimale la chaîne logistique, aboutissent à la prise de décisions. Ces décisions peuvent être prises soit de manière coopérative entre les différents partenaires de la chaîne logistique soit par l'entreprise porteuse du projet qui sera alors considérée comme l'entreprise dominante de la chaîne et la donneuse d'ordres [213]. Les décisions prises ont des

6. En anglais, on parle de *Supply Chain Management*.

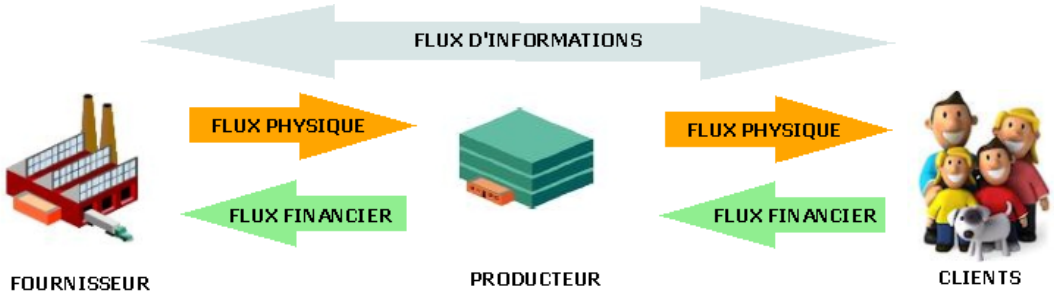

FIGURE 2.2 – *Modélisation des flux au sein d'une chaîne logistique.*

impacts à différents horizons de temps (court, moyen ou long terme). On regroupe l'ensemble des décisions selon trois niveaux distincts : les décisions stratégiques, les décisions tactiques et les décisions opérationnelles [214, 217].

Les décisions stratégiques ont un impact sur un horizon de 4 à 5 ans. Ces décisions remodèlent une partie importante ou en totalité la chaîne logistique. Parmi les différentes décisions prises à ce niveau on retrouve le choix de la localisation des différents sites (fournisseurs, usines, centre de stockage, distribution), le choix des modes de transport, le choix des fournisseurs, etc.

Les décisions tactiques sont à un niveau plus bas que les décisions stratégiques. Elles ont des conséquences qui portent sur un horizon de 6 à 36 mois. Elles permettent de produire à moindre coût pour satisfaire les demandes prévisibles en respectant les choix pris au niveau tactique. Cela concerne la détermination des quantités à approvisionner, la définition d'un plan de production, d'un plan de distribution, etc.

Enfin, au plus bas niveau on trouve les décisions opérationnelles. Ces décisions ont un impact au jour le jour. Elles sont prises ou ajustées de façon quotidienne ou hebdomadaire par l'un des maillons de la chaîne logistique pour assurer le fonctionnement au quotidien de la chaîne. Parmi ces décisions on retrouve l'ordonnancement de la production, l'organisation des tournées de livraison, la gestion des stocks, etc.

Ces différents niveaux hiérarchiques de décision, ainsi que les différentes problématiques associées, sont repris dans la figure 2.3.

2.2.4 Problématique

La présentation des différents niveaux de décision a permis d'introduire plusieurs problématiques rencontrées dans la gestion de la chaîne logistique. L'optimisation de la globalité de la chaîne logistique, et donc la résolution de l'ensemble des problématiques en une seule phase, reste une tâche assez difficile. L'objectif est alors d'optimiser de manière séquentielle les sous-problèmes rencontrés dans la chaîne. On parle alors d'approche d'optimisation découplée (ou séquentielle).

Parmi les différents sous-problèmes rencontrés pour la gestion de la chaîne logistique, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la sélection de fournis-

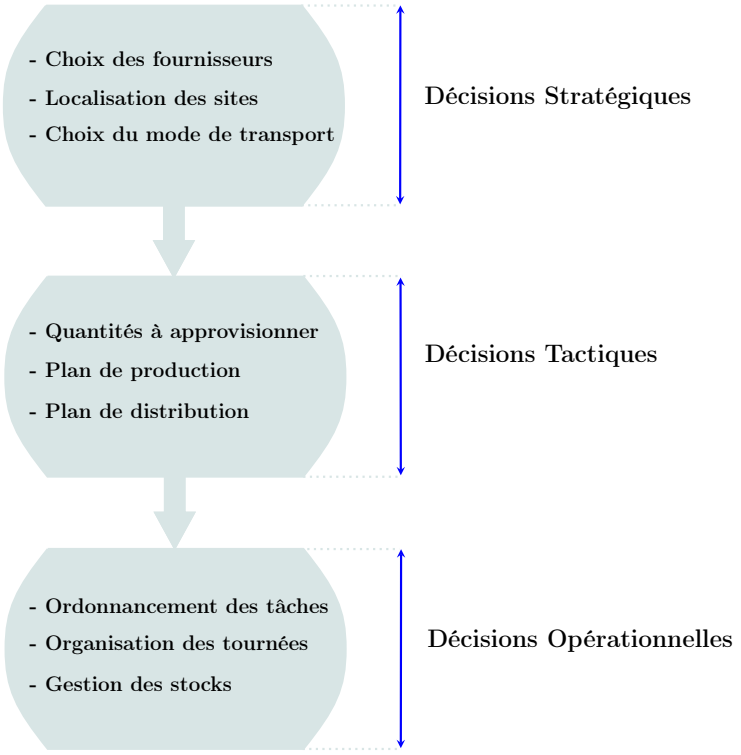

FIGURE 2.3 – *Différents niveaux décisionnels et les applications liées.*

seurs. Le problème de choix de fournisseurs fait partie des problèmes de conception de la chaîne logistique au niveau stratégique. Ce choix est l'une des décisions qui ont un impact considérable sur la performance globale de la chaîne. Ce choix consiste à sélectionner certains fournisseurs parmi un ensemble de fournisseurs potentiels qui se chargeront de l'approvisionnement de la chaîne logistique.

Cette sélection repose sur un ensemble de critères. Les critères utilisés classiquement sont la qualité, le prix, le délai de livraison, etc. D'autres critères, plus qualitatifs, tels que l'innovation, la flexibilité, le risque, la réactivité, etc. sont des aspects moins souvent exploités [22]. Lorsque ces critères sont employés, ils sont souvent transformés en coût [21, 22, 51]. Le problème s'apparente donc à une prise de décision multi-critères permettant de gérer en même temps des critères qualitatifs et quantitatifs.

Par ailleurs, les connaissances sur les futurs fournisseurs ainsi que les marchés sont imparfaits. En effet, les fluctuations du marché sont à la fois incertaines et imprécises. Par exemple, les demandes de produits par les clients peuvent être sûres (c'est le cas de la vente de pâtes alimentaires) ou incertaines (produit lié à un effet de mode). En ce qui concerne l'ampleur de la demande, elle peut varier. Dans ce cas, la connaissance est imprécise. De la même manière, les informations sur les fournisseurs sont aussi imparfaites : on peut être plus ou moins sûr de la qualité de ses produits et les délais de livraison peuvent être imprécis.

Il est alors très difficile d'accorder une confiance précise à chacun des fournisseurs selon un critère ou un groupe de critères donnés. L'emploi de la théorie des fonctions de croyance apparaît alors comme une solution adéquate afin de modéliser ces connaissances imparfaites.

Dans ce chapitre, nous nous efforcerons donc de proposer un système d'aide à la décision multi-critères permettant de gérer des connaissances imparfaites par le biais de la théorie des fonctions de croyance. Cette approche sera ensuite appliquée à la sélection de fournisseurs dans le cadre de la gestion d'une chaîne logistique.

Dans la section suivante, un bref tour d'horizon des différentes approches d'aide à la décision multi-critères, proposées dans la littérature, est présenté.

2.3 Aide à la décision multi-critères

Souvent les problèmes d'aide à la décision ont été ramenés à l'optimisation d'une fonction de coût. Cette approche offre l'avantage de déboucher sur des problèmes mathématiques bien posés. Mais malheureusement, elle ne représente pas toujours correctement la réalité :

- le choix entre plusieurs options se fait rarement en fonction d'un seul critère (par exemple pour le choix de l'achat d'une voiture si on ne considérait que l'aspect financier la plupart des véhicules en circulation seraient des Dacia Logan),
- les critères sont souvent contradictoires (en reprenant l'exemple du choix d'une voiture les critères puissance et prix sont contradictoires, les voitures les moins chères étant également les moins puissantes),
- les critères qualitatifs sont généralement mal appréhendés par ce type d'approche car ils ordonnent plus qu'ils n'évaluent (exemple type de carburant pour la motorisation d'un véhicule).

Les approches multi-critères permettent de répondre à ces différents problèmes. Cette section n'a pas vocation à détailler l'ensemble des méthodes d'aide à la décision multi-critères. Une simple présentation sur les bases de la démarche et une classification des méthodes les plus utilisées est présentée. Parmi ces méthodes, la Procédure d'Analyse Hiérarchique [7] (également appelée Analyse multi-critères hiérarchique) de Saaty [175, 176] est détaillée par l'intermédiaire d'un exemple. Cette méthode sert, par la suite, de base pour la construction de l'approche proposée.

2.3.1 Introduction

Lorsqu'un problème multi-critères est posé, l'objectif est de trouver la "solution la plus adéquate", compte tenu d'un ensemble de critères. La recherche de cette solution peut s'opérer en 5 phases :

- Identifier l'objectif global de la démarche et le type de décision attendue
- Dresser la liste des solutions possibles ou envisageables

7. En anglais, *Analytic Hierarchy Process* (AHP).

- Dresser la liste des critères à prendre en considération
- Juger chacune des solutions vis-à-vis de chaque critère
- Agréger les jugements afin de désigner la solution "la plus adéquate".

Les 5 étapes de ce processus commun à la plupart des méthodes de décision multi-critères sont reprises et expliquées par la suite.

Identifier l'objectif et définir le type de décision : Cette phase permet au décideur de définir le but du système qu'il conçoit et donc à quelle question le système doit répondre (Quelle voiture dois-je acheter ? Où faut-il construire l'autoroute ? etc.). Selon les méthodes utilisées plusieurs types de réponses peuvent être proposés au décideur : le choix de la solution la plus adéquate (approche Sélection), un tri résultant de l'affectation de chaque solution à une catégorie (approche Affectation) et enfin un ordonnancement des solutions (approche Classement).

Liste des solutions : Cette étape permet de recenser l'ensemble des solutions possibles du problème. Les solutions possibles sont également appelées actions ou alternatives. Pour répondre par exemple à la question :

- Quelle voiture dois-je acheter ? Les alternatives peuvent être : Renault, Peugeot, Critöen, etc.
- Où faut-il construire l'autoroute ? les alternatives peuvent être : parmi des quartiers résidentiels ou sur l'emplacement d'une forêt après l'avoir rasée.

L'ensemble des alternatives possibles est noté $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k, \ldots, \omega_K\}$ avec ω_k une alternative possible.

Liste des critères : L'élaboration de cette liste permet de déterminer les facteurs qui influencent la décision. En reprenant les exemples précédents, on peut avoir :

- pour le choix de la voiture les critères peuvent être : le prix, la consommation, la puissance, etc.
- pour le positionnement de l'autoroute : le nombre d'hectares de forêt détruits, le nombre d'habitants gênés par le bruit, etc.

Ces critères ne devront être ni redondant ni dépendant. L'ensemble des critères est noté $\Theta = \{c_1, \ldots, c_j \ \ldots, c_m\}$ avec c_j l'un des critères. Par ailleurs, de nombreuses méthodes demandent d'accorder des poids ou des coefficients d'importance aux différents critères.

Evaluation de chaque solution vis-à-vis de chaque critère : Cette évaluation est réalisée généralement par l'intermédiaire d'un tableau de performance. Ce tableau est constitué, en ligne, par les alternatives et en colonne par les critères. Les valeurs ν_{kj} contenues dans ce tableau correspondent au score de l'alternative ω_k selon le critère c_j. Ces scores peuvent être des valeurs cardinales ou ordinales. Un exemple de représentation des performances est donné dans le tableau 2.1.

		Critères			
		c_1	c_2	...	c_m
Alternatives	ω_1	ν_{11}	ν_{12}	...	ν_{1m}
	ω_2	ν_{21}	ν_{22}	...	ν_{2m}
	⋮				
	ω_K	ν_{k1}	ν_{k2}	...	ν_{km}

Tableau 2.1 – Matrice de performance.

Agréger les jugements : Lors de cette dernière étape l'objectif est de venir agréger les performances obtenues lors la phase précédente. Dans la littérature, deux approches d'agrégations sont identifiées [70, 216] [8]. Ces deux démarches permettent de classer les différentes méthodes d'aide à la décision.

La première approche consiste à comparer deux à deux les alternatives et à vérifier si l'une des deux surclasse, de façon claire et nette, l'autre ou pas. Comme, on se contente ici d'une vue partielle de chacun des jugements, cette approche est appelée agrégation partielle. D'autres noms sont également données à celle-ci comme "approche de surclassement avec incomparabilité" [171, 144] ou plus simplement "approche de surclassement" [225]. Les méthodes appliquant ce principe sont nombreuses, parmi les plus connues on retrouve : Electre I [169], Electre II [172], Electre III [170], Electre IV [174, 173], PROMETHEE I et II [17, 18].

La seconde approche agrège l'ensemble des m critères afin de les réduire en un critère unique. Parmi les méthodes utilisant cette technique d'agrégation, on trouve la méthode de la somme pondérée [9] et du produit pondéré [10] [216], la méthode MAUT [11] [71, 72, 99] et enfin la méthode AHP [176].

Cette dernière méthode a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs car elle offre un moyen souple et facile pour l'analyse de problèmes complexes de décision. Le principe repose sur la décomposition du problème en sous-problème hiérarchique. Les données pertinentes sont ensuite extraites à l'aide d'un ensemble de comparaisons par paire. Ces comparaisons sont utilisées pour obtenir les poids d'importance des critères mais également les performances des alternatives pour chaque critère. En outre, cette méthode permet de traiter des critères qualitatifs et quantitatifs nécessaires à prendre en compte dans le processus d'évaluation.

Pour ces raisons, cette méthode a été appliquée avec succès à de nombreux

8. D'autres auteurs [171, 183] considèrent une troisième approche nommée approche d'agrégation locale. Pour cette approche, on démarre avec une solution la meilleure possible et on explore autour de cette solution s'il n'y en a pas de meilleure. On pratique alors une exploration locale et itérative. Cette approche est utilisée pour la méthode STEM [9] et le goal programming [113, 184]
9. En anglais, *Weight Sum Method* (WSM).
10. En anglais, *Weight Product Method* (WPM).
11. Pour *Multi Attribute Utility Theory* en anglais.

problèmes pratiques [177, 178] : en environnement avec par exemple le choix des politiques de transport pour réduire les changements climatiques [10], pour la sélection des étudiants et des enseignants au niveau de certaines universités américaines, la re-localisation d'une ville en Turquie après sa destruction suite à un tremblement de terre, dans le domaine militaire ou administratif, etc.

Dans la section suivante, le choix de fournisseurs sert de support pour illustrer le fonctionnement de cette méthode.

2.3.2 La méthode AHP

Dans le problème proposé, nous considérons par exemple l'ensemble d'alternatives :

$$\Omega = \{\text{Fournisseur1, Fournisseur2, Fournisseur3, Fournisseur4}\}$$

et l'ensemble de critères :

$$\Theta = \{\text{Qualité, Localisation, Prix}\}\,.$$

Hiérarchie Le premier principe de la méthode conduit à décomposer le problème en ses composantes principales et à réitérer cette décomposition sur les composantes ainsi obtenues autant de fois que nécessaire. Ainsi, la construction de la hiérarchie s'opère selon une démarche descendante. Le nombre de niveaux de cette hiérarchie dépend de la complexité du problème et de son degré de détail. Ainsi, une hiérarchie AHP possède au moins trois niveaux. L'objectif principal du problème est représenté au plus haut niveau de la hiérarchie. Ensuite, chaque niveau de la hiérarchie contient des critères ou sous-critères qui influencent la décision. Le dernier niveau de la structure contient les alternatives. La structure hiérarchique, liée à l'exemple étudié, est donnée sur la figure 2.4.

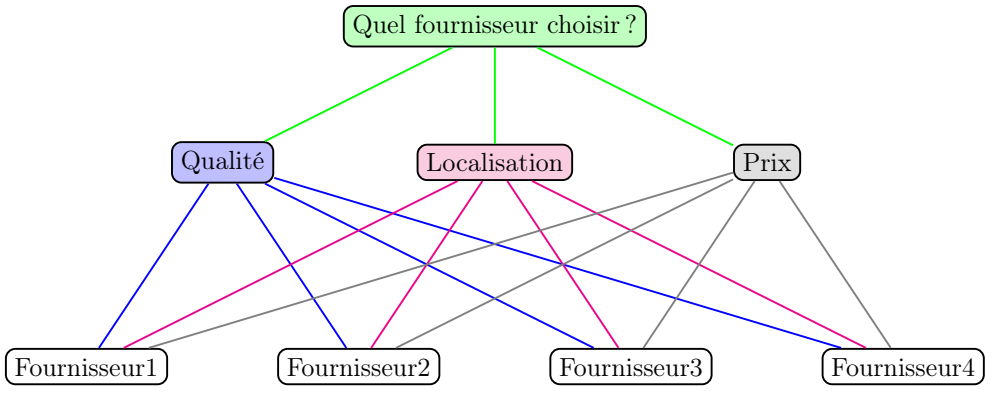

FIGURE 2.4 – *Hiérarchie pour la sélection de fournisseurs dans le cadre de la méthode AHP.*

Valeur Numérique	Définition	Description
1	Importance égale des deux critères.	Les deux critères contribuent autant au critère père.
3	Faible importance d'un critère par rapport à un autre.	L'expérience et l'appréciation personnelles favorisent légèrement un élément par rapport à un autre.
5	Importance forte ou déterminante d'un critère par rapport à un autre.	L'expérience et l'appréciation personnelles favorisent fortement un critère par rapport à un autre.
7	Importance attestée d'un critère par rapport à un autre.	Un critère est fortement favorisé et sa dominance est attestée dans la pratique.
9	Importance absolue d'un critère par rapport à un autre.	Les preuves favorisant un critère par rapport à un autre sont aussi convaincantes que possible.
2, 4, 6, 8	Valeurs intermédiaires entre deux appréciations voisines.	Un compromis est nécessaire entre deux appréciations.

Tableau 2.2 – Echelle de mesure de la méthode AHP.

Comparaison par paire Une fois la hiérarchie construite, la seconde phase de la méthode consiste à réaliser les différentes comparaisons afin de définir les priorités. Ces comparaisons sont réalisés à chaque niveau de la hiérarchie. On commence donc à comparer les critères deux à deux par l'intermédiaire d'une question de type : "Quelle est l'importance du critère c_i par rapport au critère c_j ?". Ces questions permettent d'établir les poids des critères. Des questions similaires sont posées au niveau hiérarchique inférieur (alternatives) mais en conservant le lien avec le nœud supérieur. A ce niveau les questions sont du type : "En considérant le critère c_i, quelle est l'importance de l'alternative ω_i par rapport à l'alternative ω_j ?". Les comparaisons par paire sont évaluées par l'intermédiaire d'une échelle numérique définie par Saaty composée de 9 niveaux. Le choix de cette dernière repose sur la capacité naturelle de l'être humain à "établir des distinctions dans la force des relations qui existent entre les éléments" [176]. Cette échelle est reprise dans le tableau 2.2.

Les comparaisons par paire sont présentées dans une matrice carrée, notée $M = (v_{ij})$. Dans le cas, où l'on compare les critères entre eux, les valeurs $(i, j) \in \{1, \ldots, m\}$

	Qualité	Localisation	Prix
Qualité	1	$\frac{1}{2}$	3
Localisation	2	1	4
Prix	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	1

Tableau 2.3 – Illustration de l'importance relative entre les critères.

Qualité	Fournisseur 1	Fournisseur 2	Fournisseur 3	Fournisseur 4
Fournisseur 1	1	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{1}{6}$
Fournisseur 2	4	1	4	$\frac{1}{4}$
Fournisseur 3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{5}$
Fournisseur 4	6	4	5	1

Tableau 2.4 – Illustration de l'importance relative entre les alternatives en considérant le critère *Qualité*.

pour les alternatives $(i, j) \in \{1, \ldots, K\}$. La valeur v_{ij} quantifie l'importance de la proposition i sur la proposition j. Lorsqu'une proposition est comparée à elle même $v_{ii} = 1$ et afin de respecter la transitivité $v_{ij} = \frac{1}{v_{ji}}$. Le tableau 2.3 et le tableau 2.4 présentent respectivement la matrice de comparaison entre les critères et la matrice de comparaison entre les alternatives pour le critère Qualité. Les autres matrices nécessaires à l'exemple sont données en Annexe A.1.1.

Indice de cohérence Afin de vérifier que les comparaisons données sont cohérentes entre elles, Saaty propose de calculer un indice de cohérence CI défini par :

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \tag{2.1}$$

avec $\lambda_{\max}$ la valeur propre de la matrice étudiée et n son ordre. Un taux de cohérence CR a été défini par Saaty. Si celui-ci est inférieur à 0.1, la matrice est considérée cohérente. La valeur de CR est obtenue par :

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{2.2}$$

avec RI un indice dépendant de l'ordre de la matrice étudiée. Les valeurs de cet indice sont données dans le tableau 2.5.

Si on applique cette démarche à la matrice présentée dans le tableau 2.3, on obtient $\lambda_{\max} = 3.018$. L'indice de cohérence $CI = 0.0091$ et $CR = 0.0157$. Ce

0rdre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0.0	0.0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

Tableau 2.5 – Indice RI utilisé pour le calcul de la cohérence d'une matrice.

	Qualité	Localisation	Prix	Moyenne Géométrique	Poids
Qualité	1	$\frac{1}{2}$	3	$(1 \times \frac{1}{2} \times 3)^{\frac{1}{3}} = 1.14$	0.32
Localisation	2	1	4	$(2 \times 1 \times 4)^{\frac{1}{3}} = 2$	0.56
Prix	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	1	$(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 1)^{\frac{1}{3}} = 0.43$	0.12

Tableau 2.6 – Calcul des poids relatifs entre les critères.

dernier est inférieur à la valeur 0.1. La matrice est donc cohérente. Si cela n'est pas le cas, une nouvelle matrice doit être demandée au décideur.

Vecteur de Priorité La synthèse des comparaisons précédentes est réalisée en appliquant la moyenne arithmétique sur chaque ligne des matrices. On obtient dans le cas de la matrice d'importance des critères :

$$\upsilon_i = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m} \upsilon_{ij}}. \tag{2.3}$$

Le vecteur de poids des critères $T = \{\tau_1, \ldots, \tau_m\}$ est alors défini par :

$$\tau_i = \frac{\upsilon_i}{\sum_{k=1}^{m} \upsilon_k}. \tag{2.4}$$

τ_i représente le poids du critère c_i. Ce poids est noté par la suite p_i. On peut appliquer la même démarche pour les matrices concernant les alternatives. Dans ce cas, on note $\nu_{ij} = \tau_i$ l'importance de l'alternative i selon le critère j. Les vecteurs de poids des deux matrices présentées dans les tableaux 2.3 et 2.4 sont donnés, respectivement, dans les tableaux 2.6 et 2.7. Les autres vecteurs sont présentés dans l'Annexe A.1.1.

Agrégation La dernière phase de la méthode AHP est la synthèse des appréciations sous la forme d'une valeur unique. Les priorités pour chaque alternative ω_k, désignées par A_k^{AHP}, en fonction de tous les critères combinés sont déterminés selon

Qualité	Fournis. 1	Fournis. 2	Fournis. 3	Fournis. 4	Moyenne Géométrique	Poids
Fournis. 1	1	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{1}{6}$	$(1 \times \frac{1}{4} \times 4 \times \frac{1}{6})^{\frac{1}{4}} = 0.64$	0.11
Fournis. 2	4	1	4	$\frac{1}{4}$	$(1 \times 4 \times 1 \times \frac{1}{4})^{\frac{1}{4}} = 1.42$	0.25
Fournis. 3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{1}{5})^{\frac{1}{4}} = 0.33$	0.06
Fournis. 4	6	4	5	1	$6 \times 4 \times 5 \times 1)^{\frac{1}{4}} = 3.31$	0.58

Tableau 2.7 – Calcul de l'importance relative entre les alternatives en considérant le critère *Fiabilité*.

Critère	Qualité	Localisation	Prix	Priorité
	0.32	0.56	0.12	
Fournisseur1	0.18	0.11	0.09	0.13
Fournisseur2	0.50	0.25	0.26	0.33
Fournisseur3	0.12	0.06	0.56	0.14
Fournisseur4	0.20	0.58	0.09	0.40

Tableau 2.8 – Résultat de l'agrégation pour la méthode AHP.

la formule suivante :

$$A_k^{AHP} = \sum_{j=1}^{m} \nu_{kj} p_j \qquad \forall k = 1, \ldots, K \tag{2.5}$$

où ν_{kj} représente l'importance de l'alternative ω_k sachant le critère c_j et p_j indique le poids du critère c_j. Les résultats obtenus dans le cadre de notre exemple sont présentés dans le tableau 2.8. Dans ce cas de figure, l'alternative ayant la plus grande priorité est retenue c'est-à-dire ici *Fournisseur4*.

2.3.3 Les connaissances imparfaites et la méthode AHP

Introduction Dans le cadre de l'aide à la décision multi-critères, il est essentiel de développer des méthodes qui permettent de traiter des informations imparfaites [205]. Par exemple dans le cadre de la méthode AHP, les imperfections interviennent au niveau de :

- l'évaluation de l'importance entre les alternatives, pour un critère donné, n'est pas connue de manière certaine.
- l'importance des critères n'est également pas connue de façon certaine.
- la précision de l'échelle d'évaluation proposée par Saaty. En effet, définir une

valeur numérique précise pour certaines comparaisons est parfois difficile.
– l'ignorance partielle. En effet, l'expert, qui fournit les évaluations, ne connaît pas toujours l'importance de toutes les alternatives pour tous les critères.

Les premières approches, permettant de prendre en compte les imperfections dans le cadre de la méthode AHP, ont été réalisées avec la théorie des ensembles flous. L'utilisation de la méthode AHP dans un environnement flou remonte aux travaux de Van Laarhoven et Pedrycz [111]. Chang [23] a repris ensuite ces travaux en introduisant les nombres flous triangulaires pour la comparaison des critères et la comparaison des alternatives. Toutefois, Wang et al. [230] ont montré que cette dernière approche mène parfois à de fausses décisions. Un inventaire des principales méthodes liant le flou et l'AHP, en illustrant chacune d'elle sur un exemple numérique, est proposée dans [98].

Les premiers articles, liant les fonctions de croyance et l'AHP, remontent aux travaux de Beynon et al. [11]. Dans cet article, une méthode, qui compare non seulement une alternative mais aussi des groupes d'alternatives, est présentée. A partir de la matrice de comparaison, le vecteur de poids est transformé en bba [12]. Suite à la combinaison de l'ensemble des bbas, l'alternative retenue est celle recueillant le maximum de plausibilité.

Une démarche similaire, exploitant la théorie de Dezert-Smarandache [190, 192, 193], a été proposée [49]. Celle-ci a été appliquée dans le cadre de la prévention des risques naturels en montagne [209, 210].

En dépit des avantages des méthodes proposées, elles ne tiennent pas compte des relations conditionnelles entre les alternatives et les critères. En effet, dans l'approches AHP, on demande à l'expert d'évaluer l'importance des alternatives par des comparaisons deux à deux selon un critère. Toutefois, la fonction de croyance obtenue n'est pas conditionnée à ce critère ce qui est en contradiction avec le raisonnement demandé à l'expert.

Par conséquent, une nouvelle approche, fondée sur la méthode AHP, est proposée. Contrairement aux approches précédentes, où les comparaisons d'alternatives pour un critère donnent une bba simple, nous essayons de modéliser l'évaluation de chaque sous-ensemble d'alternatives concernant chacun des critères par des croyances conditionnelles.

En outre, on suppose également que l'importance d'un critère (ou d'ensemble de critères) est exprimée au moyen d'une bba afin de représenter au mieux les imperfections des informations.

Cette approche, qui a été présentée dans le cadre d'une conférence internationale [64], est décrite dans la section suivante.

Proposition : AHP et Fonctions de croyance Dans un premier temps, il est nécessaire d'identifier les critères et les alternatives afin de procéder à la comparaison par paire.

Dans de nombreux problèmes complexes de décisions, par manque d'information,

12. Pour *basic belief assignment* en anglais.

l'expert n'est pas en mesure de discerner l'importance entre certains critères. Notre méthode propose alors à l'expert d'exprimer ses opinions sur des groupes de critères au lieu d'un seul. L'expert regroupe les critères dans le même sous-ensemble lorsqu'il n'y a pas suffisamment d'informations pour les comparer. Soit $\Theta = \{c_1, \ldots, c_m\}$ l'ensemble des critères, on note C_k un sous ensemble de Θ appartenant à 2^Θ. En généralisant, ces groupes de critères peuvent être définis par :

$$C_k \succ C_j, \forall\ k, j | C_k, C_j \in 2^\Theta, C_k \cap C_j = \emptyset. \tag{2.6}$$

où $\succ$ représente la préférence. De façon similaire, notre méthode propose de ne pas imposer au décideur de comparer l'ensemble des alternatives entre elles lorsqu'il n'a pas assez d'information. En d'autres termes, le décideur peut non seulement comparer des alternatives seules, mais également des ensembles d'alternatives entre elles. On note $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_K\}$ l'ensemble des alternatives, les sous-ensembles se trouvent donc dans 2^Ω. On note A_k un sous-ensemble de Ω. Comparer des sous-ensembles entre eux (aussi bien au niveau des critères que des alternatives) offre plusieurs avantages pour le décideur :

- ne pas ajouter d'information non connue
- réduire le nombre de comparaisons.

Nous avons proposé cette démarche dans le cadre d'un article paru dans une conférence internationale [62].

Une fois les critères et les alternatives définis, l'expert précise ses préférences afin d'obtenir les poids des critères et les préférences des alternatives selon chaque critère. Dans notre approche, nous avons repris l'échelle de Saaty afin d'évaluer l'importance des paires d'éléments. Ainsi, les fonctions de croyance sont ensuite générées en utilisant la méthode présentée dans le paragraphe 2.3.2. Par ailleurs, on veille à calculer l'indice de consistance (équation 2.1) afin que les matrices de comparaison par paire soient cohérentes.

Pour les critères, une fois la comparaison par paire réalisée, on obtient des poids qui peuvent être assimilés à des croyances reflétant l'importance des critères. La fonction de croyance ainsi obtenue est notée m^Θ.

Comme au niveau des critères, l'expert exprime ses préférences sur les ensembles d'alternatives selon chaque critère et non quels que soient les critères. En conséquence, afin de marquer l'influence des critères, on utilise une fonction de croyance conditionnelle. Étant donné une matrice de comparaison par paire qui compare les ensembles d'alternatives selon un critère spécifique, une bba conditionnelle peut être représentée par :

$$m^\Omega[c_j](A_k) = \nu_{kj}, \quad \forall A_k \subseteq 2^\Omega \text{ et } c_j \in \Theta. \tag{2.7}$$

où A_k représente le sous-ensemble de 2^Ω, ν_{kj} est l'importance du $k^{ème}$ ensemble d'alternatives selon le critère c_j et $m^\Omega[c_j](A_k)$ la croyance en l'importance de A_k selon c_j.

Dans un premier temps, notre objectif est de combiner ces fonctions de croyance

conditionnelles obtenues à la fonction de croyance issue des critères. A ce niveau, notre principal problème est que la fonction concernant les critères (ou les ensembles de critères) est définie sur le cadre de discernement Θ, alors que les fonctions de croyance pour les alternatives (ou ensemble d'alternatives) sont définies sur le cadre Ω. Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de procéder à une extension du cadre de discernement de Θ à $\Omega \times \Theta$:

$$m^{\Theta\uparrow\Omega\times\Theta}(B) = m^{\Theta}(C_i) \quad B = \Omega \times C_i, C_i \subseteq \Theta. \tag{2.8}$$

Dans un second temps, au niveau des alternatives, l'idée est d'utiliser le déconditionnement sur un espace produit afin de transformer la fonction de croyance conditionnelle $m^{\Omega}[c_j]$ en une nouvelle fonction de croyance $m^{\Theta}[c_j]^{\Uparrow\Theta\times\Omega}$. Cette étape de déconditionnement de $m^{\Omega}[c_j]$ sur l'espace produit $\Omega \times \Theta$ est obtenue par :

$$m^{\Omega}[c_j]^{\Uparrow\Omega\times\Theta}(A_k \times c_j \cup \Omega \times \bar{c_j}) = m^{\Omega}[c_j](A_k), \forall A_k \subseteq \Omega. \tag{2.9}$$

Une fois les cadres de discernement unifiés, il est possible de combiner l'ensemble des fonctions de croyance par l'intermédiaire de la combinaison conjonctive. On obtient alors :

$$m^{\Omega\times\Theta} = \left[\textcircled{\cap}_{j=1,\ldots,m}\, m^{\Omega}[c_j]^{\Uparrow\Omega\times\Theta}\right] \textcircled{\cap} m^{\Theta\uparrow\Omega\times\Theta}. \tag{2.10}$$

où $m^{\Omega\times\Theta}$ représente l'importance des alternatives selon le poids des critères. La dernière étape consiste à prendre une décision concernant la meilleure alternative en utilisant la probabilité pignistique. Mais pour cela, il est alors nécessaire de procéder à une marginalisation de l'espace produit $\Omega \times \Theta$ sur Ω. On obtient alors une fonction de croyance $m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}$ définie par :

$$m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(A_j) = \sum_{\{B\subseteq\Omega\times\Theta | Proj(B\downarrow\Omega)=A_j)\}} m^{\Omega\times\Theta}(B), \forall A_j \subseteq \Omega. \tag{2.11}$$

On peut alors procéder au calcul de la probabilité pignistique :

$$BetP(\omega_j) = \sum_{A_i\subseteq\Omega} \frac{|\omega_j \cap A_i|}{|A_i|} \frac{m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(A_i)}{(1 - m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(\emptyset))}, \forall \omega_j \in \Omega. \tag{2.12}$$

2.4 Expérimentation

Dans ce paragraphe, une application numérique de notre approche est présentée. Cet exemple numérique concerne donc la sélection de fournisseurs dans le cadre de la conception d'une chaîne logistique. La sélection se fait parmi un ensemble de fournisseurs, F_i, noté $\Omega = \{F_1, F_2, F_3\}$. On considère 4 critères :

- le prix c_1,
- le délai de livraison c_2,
- la qualité c_3,
- la localisation géographique c_4.

L'architecture de cette application est donnée sur la figure 2.5. Une fois cette phase

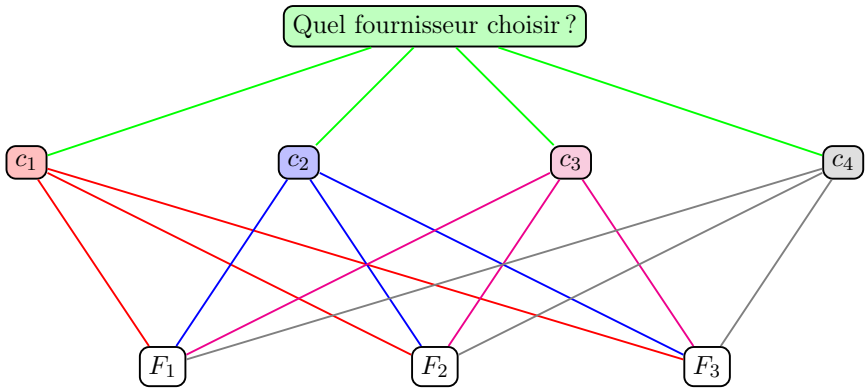

FIGURE 2.5 – *Hiérarchie pour la sélection de fournisseurs avec c_i les critères et F_i les alternatives possibles.*

d'identification réalisée, l'expert exprime ses préférences par l'intermédiaire des matrices de comparaisons. Par exemple, l'expert peut produire la matrice présentée dans le tableau 2.9. Dans cette matrice, on peut constater que l'expert n'a pas assez

Critères	$\{c_1\}$	$\{c_4\}$	$\{c_2, c_3\}$	Poids
$\{c_1\}$	1	2	6	0.58
$\{c_4\}$	$\frac{1}{2}$	1	4	0.32
$\{c_2, c_3\}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	1	0.1

Tableau 2.9 – Préférences accordées aux critères selon l'expert.

de connaissance pour discerner entre les critères c_2 et c_3. Les poids sont obtenus en employant la méthode décrite dans le paragraphe 2.3.2. Comme expliqué précédemment, les poids sont assimilés à des fonctions de croyance, on obtient alors : $m^{\Omega}(\{c_1\}) = 0.58$, $m^{\Omega}(\{c_4\}) = 0.32$ et $m^{\Omega}(\{c_2, c_3\}) = 0.1$. De la même manière, les matrices de comparaison par paire, au niveau des alternatives selon chaque critère, nous permettent d'obtenir les fonctions de croyance conditionnelles présentées dans le tableau 2.10. Par exemple, l'importance de l'alternative F_1, selon le critère c_1, est représentée par $m^{\Omega}[c_1](\{F_1\}) = 0.806$, qui quantifie la croyance dans le fait que l'alternative F_1 est importante conditionnellement à c_1. L'étape suivante consiste à unifier les cadres de discernement. Pour la fonction de croyance issue des critères m^{Θ}, l'utilisation de l'extension vide permet d'obtenir la fonction de croyance $m^{\Theta\uparrow\Omega\times\Theta}$ présentée dans le tableau 2.11.

La fonction de croyance $m^{\Omega}[c_1]$ est définie sur le cadre de discernement Ω conditionnellement à c_1. Afin de ramener cette fonction sur l'espace $\Omega\times\Theta$, il faut appliquer un déconditionnement sur un espace produit en utilisant l'équation 2.9. La fonction

c_1	Priorité	c_2	Priorité	c_3	Priorité	c_4	Priorité
$\{F_1\}$	0.806	$\{F_1\}$	0.4	$\{F_2\}$	0.889	$\{F_3\}$	0.606
Ω	0.194	Ω	0.6	Ω	0.111	Ω	0.394

Tableau 2.10 – Fonctions de croyance conditionnelle obtenues au niveau des alternatives.

bba	Extension vide	Valeurs
$m^{\Theta}(\{c_1\})$	$m^{\Theta\uparrow\Omega\times\Theta}(\{(F_1,c_1),(F_2,c_1),(F_3,c_1)\})$	0.58
$m^{\Theta}(\{c_4\})$	$m^{\Theta\uparrow\Omega\times\Theta}(\{(F_1,c_4),(F_2,c_4),(F_3,c_4)\})$	0.32
$m^{\Theta}(\{c_2,c_3\})$	$m^{\Theta\uparrow\Omega\times\Theta}(\{(F_1,c_2),(F_2,c_2),(F_3,c_2),(F_1,c_3),(F_2,c_3),(F_3,c_3)\})$	0.1

Tableau 2.11 – Résultat de l'extension vide de la fonction m^{Θ}.

$m^{\Omega}[c_1]^{\Uparrow\Omega\times\Theta}$ est décrite dans le tableau 2.12. Les déconditionnements des fonctions $m^{\Omega}[c_2]$, $m^{\Omega}[c_3]$ et $m^{\Omega}[c_4]$ sur l'espace produit sont fournis dans l'Annexe A.1.2.

bba conditionnelle	Déconditionnement sur $\Omega\times\Theta$	Valeur
$m^{\Omega}[c_1](\{F_1\})$	$m^{\Omega}[c_1]^{\Uparrow\Omega\times\Theta}(\{(F_1,c_1),(F_1,c_2),(F_1,c_3),(F_1,c_4),(F_2,c_2),$ $(F_2,c_3),(F_2,c_4),(F_3,c_2),(F_3,c_3),(F_3,c_4)\})$	0.806
$m^{\Omega}[c_1](\Omega)$	$m^{\Omega}[c_1]^{\Uparrow\Omega\times\Theta}(\Omega\times\Theta)$	0.194

Tableau 2.12 – Déconditionnement de la fonction conditionnelle $m^{\Omega}[c_1]$ sur l'espace produit $\Omega\times\Theta$.

Une fois les fonctions définies sur des cadres de discernement identiques, on peut appliquer la combinaison conjonctive. Le résultat de cette combinaison est reprise dans le tableau 2.13. Enfin, pour prendre une décision il est nécessaire de revenir dans l'espace des alternatives. Une marginalisation de la fonction $m^{\Omega\times\Theta}$ sur Ω est alors nécessaire. La fonction résultante de cette projection est définie par :

$$\begin{aligned} m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(\{F_1\}) &= 0.4678 \\ m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(\{F_3\}) &= 0.1945 \\ m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(\{(F_1,F_2)\}) &= 0.033 \\ m^{\Omega\times\Theta\downarrow\Omega}(\Omega) &= 0.3047. \end{aligned}$$

$\{(F_1, c_1), (F_3, c_1), (F_2, c_1)\}$	0.112
$\{(F_1, c1)\}$	0.4678
$\{(F_1, c_4), (F_2, c_4), (F_3, c_4)\}$	0.1256
$\{(F_3, c_4)\}$	0.1945
$\{(F_1, c_2), (F_2, c_2), (F_3, c_2), (F_1, c_3), (F_2, c_3), (F_3, c_3)\}$	6.6×10^{-3}
$\{(F_2, c_2), (F_2, c_3), (F_3, c_2), (F_1, c_2)\}$	0.056
$\{(F_1, c_2), (F_2, c_3)\}$	0.112
$\{(F_1, c_2), (F_1, c_3), (F_2, c_3), (F_3, c_3)\}$	4.5×10^{-3}

Tableau 2.13 – Fonction de croyance $m^{\Omega \times \Theta}$ obtenue après la fusion.

Finalement, la probabilité pignistique peut être calculée et on obtient :

$$\begin{aligned} BetP(F_1) &= 0.5858 \\ BetP(F_2) &= 0.1181 \\ BetP(F_3) &= 0.2961. \end{aligned}$$

En conséquent, on retient l'alternative ayant la plus grande probabilité pignistique, c'est-à-dire ici le fournisseur F_1.

2.5 Conclusion

En terme d'aide à la décision, l'approche proposée offre au décideur des croyances pour chacune des alternatives. Il est ainsi possible non seulement de choisir une alternative mais également de savoir avec quelle force cette alternative est soutenue (répartition des croyances entre les alternatives) et de connaître le niveau d'information disponible (masse sur Θ).

Par ailleurs, cette technique permet également de combiner les préférences de plusieurs experts. La méthode est alors dupliquée autant de fois qu'il y a d'experts. Les fonctions de croyance obtenues sont alors fusionnées pour prendre la décision finale.

Toutefois, cette méthode constitue une première approche et certains points méritent d'être améliorés. Ainsi, l'utilisation de l'échelle de Saaty reste, vis-à-vis de sa granularité, l'un des inconvénients majeurs. Afin de remédier à ce problème, on peut envisager la prise en compte des préférences des experts de manière qualitative et non plus quantitative. L'expert exprime alors exclusivement ses préférences ($\succ$), son indifférence ( ), etc. Ces jugements sont ensuite traduits sous forme de fonctions de croyance. Cette démarche est appelée, dans la littérature, élicitation d'opinions d'expert [232, 19, 238]. Nos premiers travaux concernant cet aspect ont été publiés

dans une conférence internationale [63].

Concernant l'application du choix d'un fournisseur, ces travaux constituent une première phase également. En effet, on peut envisager, suite à cette étape de sélection, de déterminer la répartition des ordres d'achat entre les fournisseurs retenus. Là aussi, on peut imaginer utiliser la théorie des fonctions de croyance pour gérer l'imperfection des informations nécessaires à la détermination de la meilleure affectation (ces indicateurs pouvant être différents de ceux employés précédemment, on peut imaginer retenir : l'innovation, la stabilité économique, etc.).

Chapitre 3

Entomologie Médico-Légale

Sommaire

3.1 Problématique 61
3.2 Principes et chronologie d'une expertise entomologique . . 61
3.2.1 Colonisation d'un cadavre par des insectes nécrophages . . . 61
3.2.2 Prélèvements entomologiques sur le lieu de découverte du cadavre 63
3.2.3 Analyse des échantillons 63
3.2.4 Conclusion sur l'application 64
3.3 Principe du SAD fondé sur la simulation Orientée Agents . 65
3.4 Système de validation de Simulation fondé sur les fonctions de croyance 67
3.4.1 Architecture multi-agents 67
3.4.2 Comportement des Agents Validations et des Agents Paramètres 68
3.4.3 Comportement des Agents Simulations 69
3.4.4 Intégration des fonctions de croyance 69
3.4.5 Arrêt et Validation d'une simulation par l'Agent Launcher . . 71
3.5 Système de calibration 72
3.6 Expérimentation 74
3.7 Conclusion 75

Ce chapitre présente un Système d'Aide à la Décision (SAD) pour l'entomologie médico-légale. Ce SAD est fondé sur la théorie des fonctions de croyance. L'application a été développée dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut Médico-Légal (IML) de Lille. Ce chapitre reprend une partie des travaux et des résultats obtenus dans le cadre de cette collaboration [157, 222, 224, 221, 223] et plus particulièrement ceux développés dans le cadre de la thèse d'Alexandre Veremme [220] que j'ai co-encadrée et qui a été soutenue le 8 décembre 2010 à l'Université d'Artois.

3.1 Problématique

Lors de la découverte d'un cadavre, notamment au cours d'une enquête criminelle, les enquêteurs tentent de déterminer les causes et conditions du décès. La médecine légale leur apporte généralement des informations essentielles grâce à l'étude des caractéristiques morphologiques, physiques ou thermiques du corps. Même si de nombreuses méthodes, telle la mesure de la température rectale ; l'estimation de la rigidité cadavérique ; l'analyse des lividités cadavériques ; ou le dosage du potassium dans l'humeur vitrée de l'œil [24, p. 49-52], ont vu le jour pour exploiter les indices disponibles, celles-ci ne s'avèrent utilisables que pour des *Intervalles Post Mortem* (IPM) dits courts c'est-à-dire inférieurs à 72 heures après la mort.

En effet, après trois jours environ, les méthodes médico-légales traditionnelles deviennent inefficaces, du fait de la disparition des spécificités *post mortem*. L'unique technique exploitable, nommée *entomologie médico-légale*, a recours à l'analyse des insectes nécrophages retrouvés sur ou à proximité du cadavre. Leur étude permet d'estimer les heures probables du décès.

La section suivante décrit le processus d'une expertise entomologique. Cette section s'inspire des travaux de thèse de Damien Charabidze [24].

3.2 Principes et chronologie d'une expertise entomologique

Une expertise entomologique se compose de 3 phases :
- la colonisation du cadavre par les insectes,
- les prélèvements entomologiques lors de la découverte du cadavre,
- et enfin l'analyse des prélèvements.

Ces différentes phases sont décrites dans les sections suivantes.

3.2.1 Colonisation d'un cadavre par des insectes nécrophages

Immédiatement après la mort, un cadavre devient un environnement nutritif, attractif pour les organismes nécrophages présents dans son écosystème. En fonction de leurs préférences écologiques, les populations présentes (essentiellement des espèces d'insectes) évoluent progressivement selon la décomposition du cadavre. Bien que certains travaux historiques considèrent le processus de dégradation d'un corps comme une succession ordonnée et structurée d'espèces dans le temps, celui-ci s'avère être un processus continu complexe fortement lié aux caractéristiques du milieu et du corps [24, p. 31]. Une multitude de phénomènes d'attractions, de rétroactions, de répulsions sont ainsi mises en œuvre par les différents acteurs. Ces différentes interactions sont représentées sur la figure 3.1. Intervenant dans la décomposition, les mouches porteuses d'œufs à la recherche d'un substrat adapté pour leur progéniture, sont souvent les premières espèces à coloniser un corps en putréfaction.

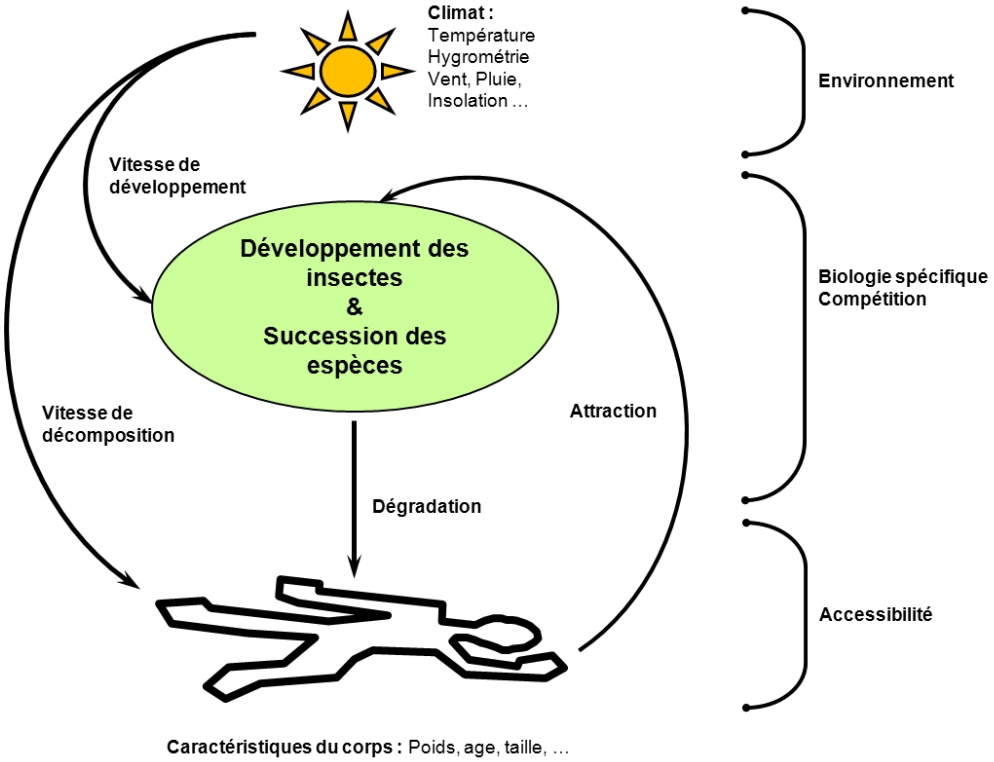

FIGURE 3.1 – *Schématisation de l'écosystème cadavre. De haut en bas : le climat, l'entomofaune et le cadavre. Les éléments indiqués à droite représentent quelques-uns des principaux facteurs susceptibles de modifier à chaque niveau la dynamique globale de la dégradation du corps (d'après [24, p. 47]).*

Les œufs de diptères se développent suivant un cycle connu. Ce cycle est représenté sur la figure 3.2. Ils deviennent après éclosion des larves de stade 1 (noté L1 sur la figure) et passent ensuite par les stades L2 et L3 pour se transformer en nymphes. Une fois adulte les insectes peuvent rompre les pupes pour émerger.

La durée de développement des insectes sur un corps est principalement dépendante de la température ressentie. Ainsi, pour une espèce donnée, plus il fait chaud, plus le développement de l'insecte est rapide ; plus il fait froid, plus la vitesse de développement diminue. Lorsque la température ambiante devient trop chaude (c'est à dire supérieure à environ 45°), les individus sont susceptibles de mourir tandis que lorsqu'elle devient trop froide, les insectes peuvent entrer dans un état d'arrêt temporaire du développement en attendant le retour à des conditions plus favorables [24, p. 35].

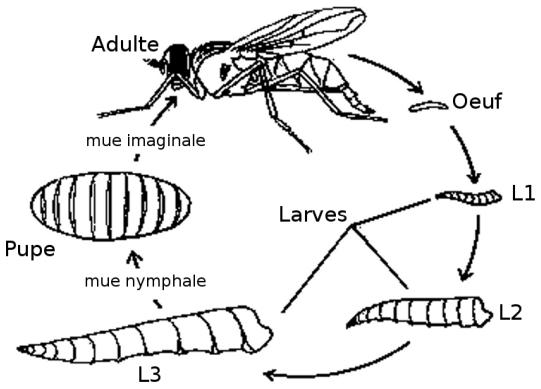

FIGURE 3.2 – *Cycle de développement holométabole des diptères Calliphoridae (d'après [24, p. 34]).*

3.2.2 Prélèvements entomologiques sur le lieu de découverte du cadavre

En arrivant sur la scène de découverte d'un corps, un enquêteur doit effectuer une série de prélèvements entomologiques, qu'il place sous scellés et qu'il enregistre. Bien que des protocoles standards de prélèvements aient été définis, ceux-ci sont souvent spécifiques aux laboratoires, experts et enquêteurs intervenants. En théorie, ces scellés sont représentatifs de la population d'insectes présente sur ou à proximité du cadavre et peuvent être composés d'individus de tout stade, vivants ou morts.

Conservés à une température ambiante stable et faible afin de forcer l'arrêt du développement des insectes qui les composent, les scellés sont ensuite envoyés à un laboratoire d'expertise entomologique, accompagnés des informations essentielles suivantes :

- date à laquelle la victime a été vue vivante pour la dernière fois (assimilée à la date de disparition supposée de la personne),
- date de découverte du cadavre,
- description précise de l'environnement et températures relevées, mesurées ou estimées entre la date de disparition et la date de découverte.

Dès la réception d'une mission d'expertise ou la réquisition d'un juge, le laboratoire brise et exploite les scellés.

3.2.3 Analyse des échantillons

Le principe de base de l'expertise entomologique tient compte de la propriété liant la température ressentie et la vitesse de développement des insectes. Ainsi, une fois les scellés ouverts, les insectes vivants sont placés en élevage sur de la viande à une température fixe jusqu'à leur empupement. Les pupes obtenues sont isolées et les dates enregistrées. Une surveillance continue des émergences est alors effectuée et les dates d'apparition des adultes sont également reportées. Le processus d'ob-

servation de l'expert se poursuit jusqu'à ce que l'ensemble des insectes ait émergé. Ces derniers sont ensuite tués et identifiés.

A partir des informations relatives :
- à l'environnement du cadavre (par exemple les relevés de températures),
- aux dates d'empupement et d'émergence observées par l'expert,
- aux espèces identifiées et aux connaissances biologiques associées à celles-ci [1],

il devient possible de déterminer les niveaux de développement atteints par les insectes au moment de la découverte du corps et donc de remonter jusqu'aux instants des pontes. A partir des dates de ponte, l'expert est alors capable de fournir un intervalle *post mortem* minimum : la personne était déjà morte au moment des premières pontes, il est en revanche impossible de savoir exactement de combien précédait le décès. Un rapport d'expertise entomologique est alors rédigé à partir de ces conclusions.

Les principales étapes d'une expertise entomologique sont résumées par la figure 3.3.

3.2.4 Conclusion sur l'application

Le principe qui permet de décrire l'entomologie médico-légale est relativement simple. Toutefois, sa mise en œuvre est très complexe et sujette à beaucoup d'erreurs d'estimation. Ces erreurs (ou imperfections) peuvent avoir plusieurs origines :
- bien que des protocoles standards soient définis, les prélèvements effectués ne peuvent être exhaustifs, il est alors possible qu'ils ne caractérisent pas correctement la réalité.
- les conditions environnementales (par exemple température, humidité) ne sont pas connues de façon exactes. Effectivement, il est fort peu probable qu'une station météo soit à proximité du lieu de la découverte du cadavre.
- les bases de données de développement des insectes, qui constituent donc les connaissances expertes, ne sont pas utilisées dans leurs intégralités. Généralement, l'expert entomologiste utilise une seule base de la littérature.

Ainsi, les estimations des experts entomologistes peuvent être entachées d'erreurs et de subjectivité. Un système d'aide à la décision semble alors intéressant pour améliorer les estimations des heures possibles de la mort. Afin de prendre en compte les différentes imperfections et permettre une fusion des différents modèles de développement des insectes, la théorie des fonctions de croyance semble bien adaptée. Les principes décrivant le système d'aide à la décision proposé sont présentés dans la section suivante. A notre connaissance, la conception d'un système d'aide automatique pour l'entomologie médico-légale est une première.

1. Ces connaissances sont issues de la littérature sous forme de base de données.

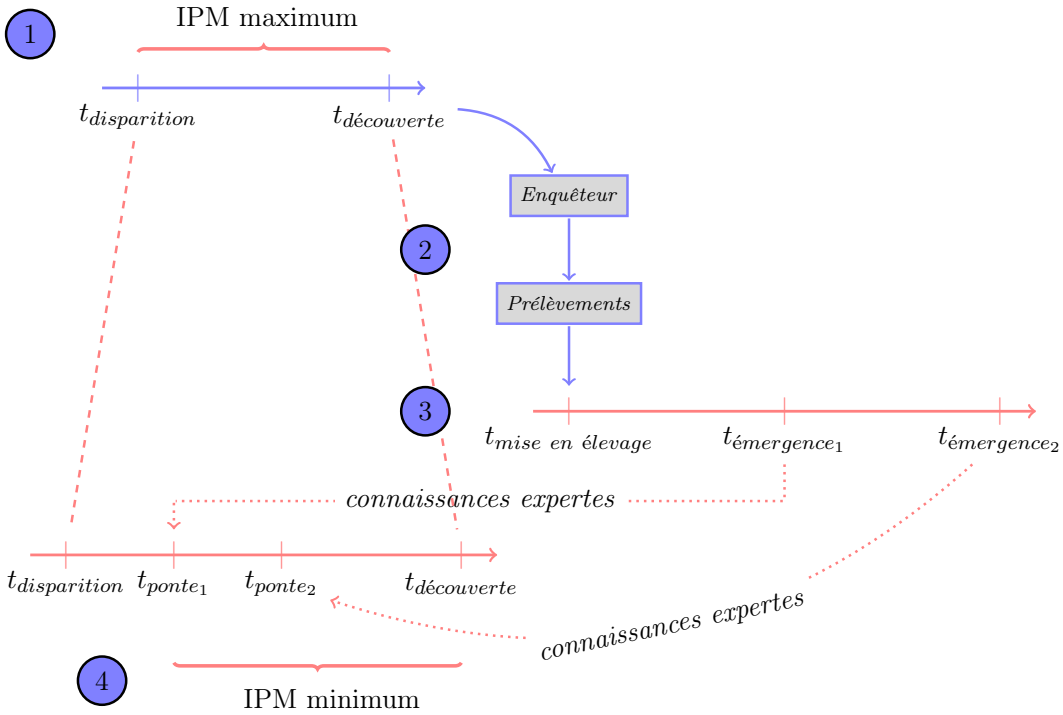

FIGURE 3.3 – *Schématisation du processus d'expertise entomologique.* (1) *: mort et colonisation du corps ;* (2) *: découverte du corps par les enquêteurs ;* (3) *: mise en élevage des prélèvements et observations des émergences ;* (4) *: estimation des dates de ponte et de l'IPM minimum (d'après [220]).*

3.3 Principe du SAD fondé sur la simulation Orientée Agents

L'approche retenue est de simuler le développement de différentes espèces d'insectes selon un modèle connu de la littérature et en fonction des connaissances environnementales relevées au cours de la décomposition du corps. Pour débuter cette simulation, une date t_k pour le début du développement est prise comme hypothèse initiale (on notera cette hypothèse ω_k). On cherche alors à déterminer si cette hypothèse peut mener aux observations P_{obs} relevées par l'expert. Ce type de raisonnement est appelé abductif[2] [155]. Reste à savoir si cette date peut correspondre à la date de ponte[3]. La simulation du développement est stoppée à la date de découverte du cadavre. Les caractéristiques des insectes "*simulés*" sont comparées aux caractéristiques des insectes prélevés sur le cadavre lors de sa découverte. Cette phase est appelée "*phase de validation*". Ainsi l'objectif est de savoir si l'hypothèse

2. Ce raisonnement constitue le troisième type de raisonnement en complément des raisonnements déductif et inductif.
3. Ce qui permettra par la suite de déterminer l'*Intervalle Post Mortem minimum*.

considérée au départ de la simulation est valide par rapport aux relevés de l'expert. Ce principe est repris dans la figure 3.4.

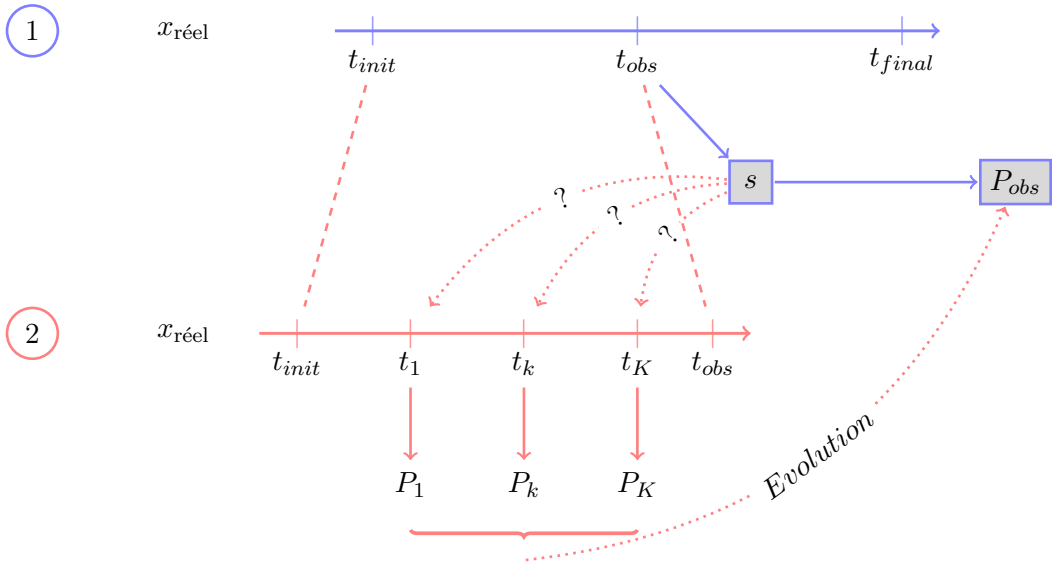

FIGURE 3.4 – *Schématisation du raisonnement abductif (d'après [220]). Observation des paramètres P_{obs} du système $x_{\text{réel}}$ vu à l'instant t_{obs} par une source s. Cette source s'interroge sur les meilleures hypothèses ω_k des instants t_k, $\forall\ k \in [1, K]$, permettant d'aboutir aux mêmes paramètres P_{obs} en appliquant Evolution qui correspond à un modèle de développement biologique connu.*

Reste à réaliser la simulation du développement des insectes. Le système étudié est un système dit complexe. En effet, les relations qui lient les trois acteurs, que sont le cadavre, l'entomofaune et l'environnement, sont délicates à analyser et donc à programmer. Les Systèmes Multi-Agents (SMA) [69, 233], et plus particulièrement la Simulation Orientée Agents (SOA), sont des approches régulièrement utilisées dans le domaine applicatif [133, 97] dès lors que l'on souhaite gérer des systèmes complexes. Nous avons donc retenu cette approche comme support de notre simulation.

L'objectif est alors de réaliser la modélisation multi-agents du développement d'insecte et de la décomposition d'un cadavre dans le cadre d'un écosystème complexe. En se basant sur un raisonnement abductif, ce système nous permettra de valider ou non les simulations [4] et ainsi d'obtenir l'IPM minimum.

Chacune des simulations est initialisée en prenant l'une des hypothèses de l'ensemble Ω. Ω est un ensemble de K valeurs de dates de décès possibles $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_K\}$. Afin de déterminer, la date la plus pertinente, il faut alors parcourir de manière itérative toutes (ou certaines) des valeurs de Ω. Ainsi, la validation est donc une partie d'un processus itératif qui permet de sélectionner l'hypothèse qui nous rapproche le

4. En comparant les paramètres observés par un expert sur la scène de crime avec ceux issus de la simulation.

plus de la réalité. Ce processus itératif est appelé calibration (ou étalonnage) [7].

Dans les sections suivantes, le processus de validation est présenté en détail. Ensuite, ce processus est placé dans le cadre plus général de la calibration.

3.4 Système de validation de Simulation fondé sur les fonctions de croyance

3.4.1 Architecture multi-agents

Soit un système réel et ses modèles multi-agents qui évoluent dans l'intervalle de temps $[t_{ini}, t_{obs}]$ [5]. Le système est caractérisé par un ensemble de paramètres $P = \{p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_I\}$. La stratégie de validation adoptée consiste à *agentifier* chaque paramètre de P d'une simulation. Ainsi, nous considérons l'instant $t_v \in [t^-; t^+]$ avec $[t^-; t^+] \subseteq [t_{ini}; t_{obs}]$. A l'instant t_v, chaque paramètre p_i répondant à la question suivante :

> Q_1 : "A l'instant t_v et en considérant l'initialisation w_k, suis-je encore en accord avec la réalité ω_{obs} donnée par l'expert à l'instant t_{obs} ?".

Chaque paramètre peut répondre à la question Q_1 lorsqu'il en est capable, en fonction de ses disponibilités, dans la contrainte de temps minimale t^- et la contrainte de temps maximale t^+. La réponse se trouve dans un ensemble $\Theta_k = \{oui, non\}$. Pour lui permettre de répondre à cette question, un paramètre p_i, grâce à sa capacité de sondage, est capable de questionner un ensemble d'agents $Ag' \subseteq Ag = \{Ag_1, \ldots, Ag_j \ldots, Ag_J\}$ en transférant la question Q_1.

La connaissance, d'un des agents de Ag' interrogé, est retournée sous la forme d'une fonction de croyance. Cette fonction de croyance est obtenue en comparant la valeur du paramètre de l'agent à celle issue de l'observation.

Dans la plupart des plateformes multi-agents, la simulation peut être contrôlée (c'est à dire lancer, créer les agents,...) par un agent appelé *Agent Launcher* [6]. Dans la plateforme, cet agent initialise la simulation et lance les Agents Simulations. Dans l'architecture proposée, l'Agent Launcher lance également l'Agent Validation nécessaire pour valider la simulation et qui est responsable des Agents Paramètres P (voir figure 3.5).

Ainsi, un système de validation avec 2 niveaux intermédiaires, entre Agent Launcher et Agents Simulations, a été développé. Ce système est appelé architecture pyramidale car le nombre d'agents impliqués est de plus en plus important entre le niveau validation et le dernier niveau.

5. L'instant t_{ini} correspond à la date de disparition de l'individu décédé et t_{obs} la date de découverte du cadavre.

6. Ce nom est celui utilisé dans la plateforme Madkit.

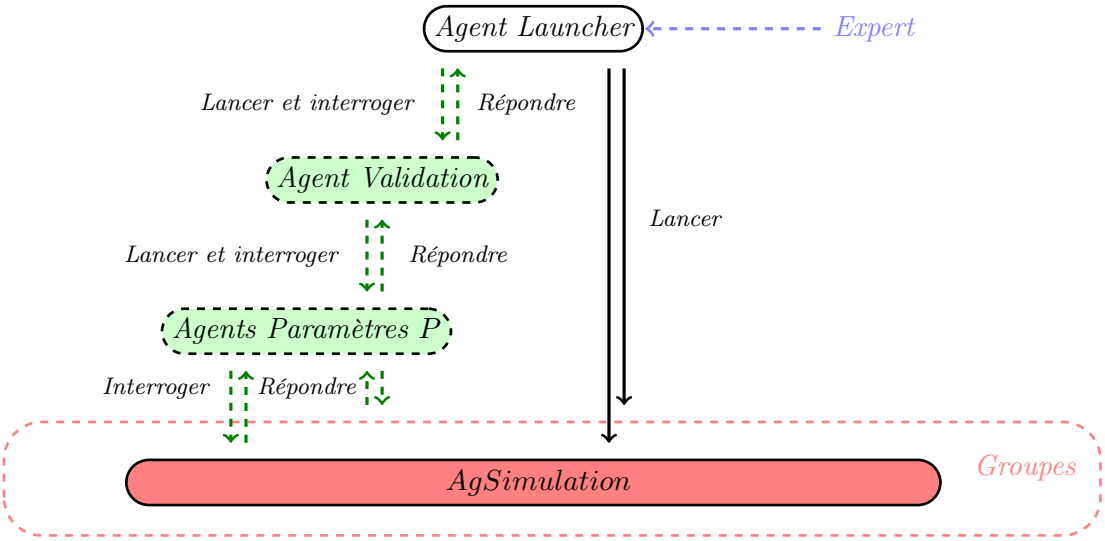

FIGURE 3.5 – *Architecture pyramidale pour le processus de validation. Les agents en vert représentent les agents impliqués dans le processus de validation. Les flèches en pointillées caractérisent des échanges d'informations sous forme de fonction de croyance.*

3.4.2 Comportement des Agents Validations et des Agents Paramètres

Quel que soit le niveau de la validation (Agent Validation et Agents Paramètres), le comportement est toujours le même : il reçoit une question, il transfère cette question à un agent subordonné adéquat et attend la réponse avant d'en informer son agent supérieur (voir figure 3.6).

Au premier niveau de la validation, l'Agent Validation gère le processus de validation (c'est à dire exécution, arrêt, gestion du temps,...) après avoir été créé par l'Agent Launcher. Une fois lancé, cet agent lance les Agents Paramètres[7]. A la contrainte de temps minimale t^-, il informe chaque Agent Paramètre :

- des Agents Simulations Ag capables de répondre à la question Q_1,
- de la valeur ${}^{obs}p_i$ du paramètre p_i obtenu par l'expert à l'instant t_{obs},
- de la valeur t^+ qui correspond à la date avant laquelle l'Agent Paramètre devrait avoir répondu.

Comme l'illustre la figure 3.6, une fois lancé, l'Agent Paramètre p_i :

- sélectionne un groupe d'agents $Ag' \subseteq Ag$ qui seront interrogés,
- informe les agents de l'ensemble Ag' de la question Q_1 et de la valeur de p_i relevé par l'expert à l'instant t_{obs},
- communique la date limite de la réponse t^+ donné par l'Agent Validation.

7. Le nombre de ces agents varie en fonction des observations de l'expert.

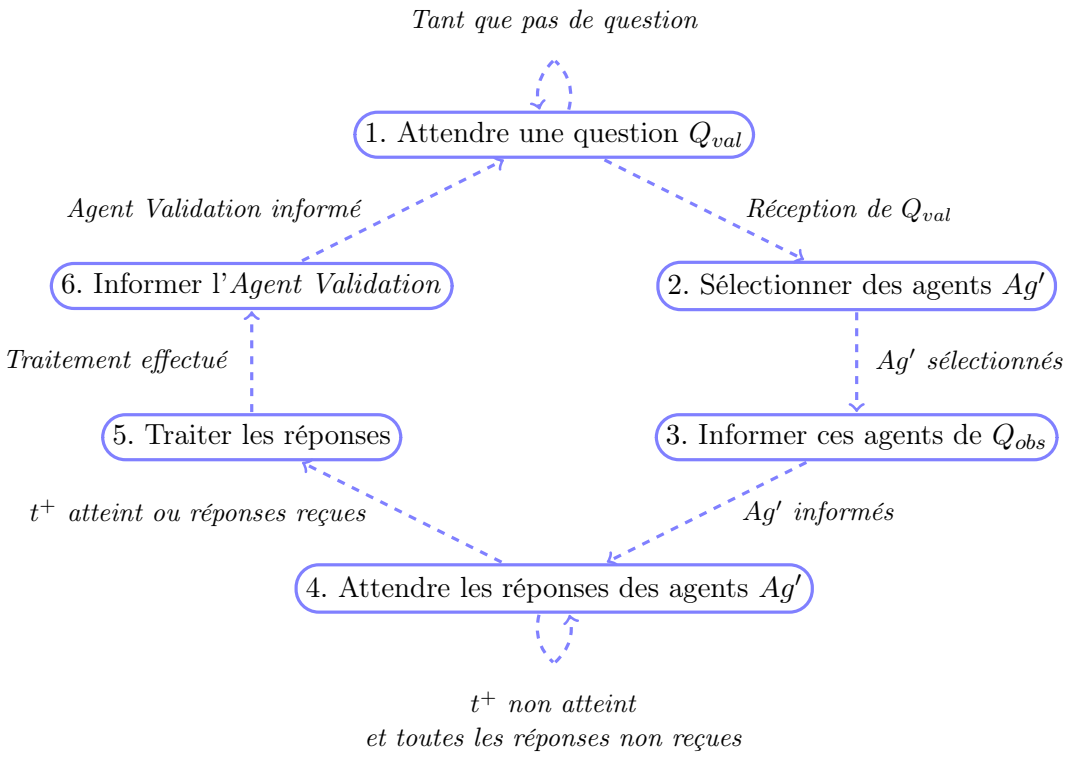

FIGURE 3.6 – *Comportement de l'Agent Paramètre p_i.*

3.4.3 Comportement des Agents Simulations

A chaque étape de simulation, avant de continuer son cycle de vie classique, l'Agent Simulation Ag_j vérifie s'il a reçu la question Q_1 de l'Agent Paramètre p_i. Quand il est contacté à l'instant t^-, il enregistre la question Q_1, la date limite de réponse t^+ et la valeur donnée par l'expert à l'instant t_{obs}. En fonction de son activité, il peut répondre entre l'instant t^- et t^+. A $t_v \in [t^-; t^+]$; l'agent Ag_j décide de répondre, il prend alors en compte la valeur ${}^{obs}p_i$ donnée par l'expert et la compare avec sa valeur courante de p_i et envoie sa réponse sous la forme d'une fonction de croyance.

3.4.4 Intégration des fonctions de croyance

3.4.4.1 Création des croyances au niveau des Agents Simulations :

A l'instant $t_v \in [t^-; t^+]$, pour répondre à la question, l'agent $Ag_j \in Ag'$ (avec $Ag' \subseteq Ag$) prend en compte la valeur de p_i donnée par l'expert, ${}^{obs}p_i$, et la compare à celle qu'il a obtenue ${}^{\omega_k,t_v}_{x_s,Ag_j}p_i$. Il retourne alors une fonction de croyance concernant le paramètre p_i. Il existe différentes méthodes afin de construire la fonction de masse de croyance ${}^{t_v}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i] : 2^{\Theta_k} \mapsto [0,1]$ où $\Theta_k = \{oui, non\}$. Dans le cadre de notre application les valeurs sont exclusivement numériques, les fonctions de masse

peuvent donc être définies par :

$$
\begin{aligned}
{}^{t_v}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i](\{oui\}) &= f_{oui}(|^{\omega_k,t_v}_{x_s,Ag_j}p_i - {}^{obs}\,p_i|) && (3.1)\\
{}^{t_v}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i](\{non\}) &= f_{non}(|^{\omega_k,t_v}_{x_s,Ag_j}p_i - {}^{obs}\,p_i|) && (3.2)\\
{}^{t_v}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i](\Theta_k) &= f_{\Theta_k}(|^{\omega_k,t_v}_{x_s,Ag_j}p_i - {}^{obs}\,p_i|). && (3.3)
\end{aligned}
$$

Les formes des f_{oui}, f_{non} et f_{Θ_k} sont présentées sur la figure 3.7.

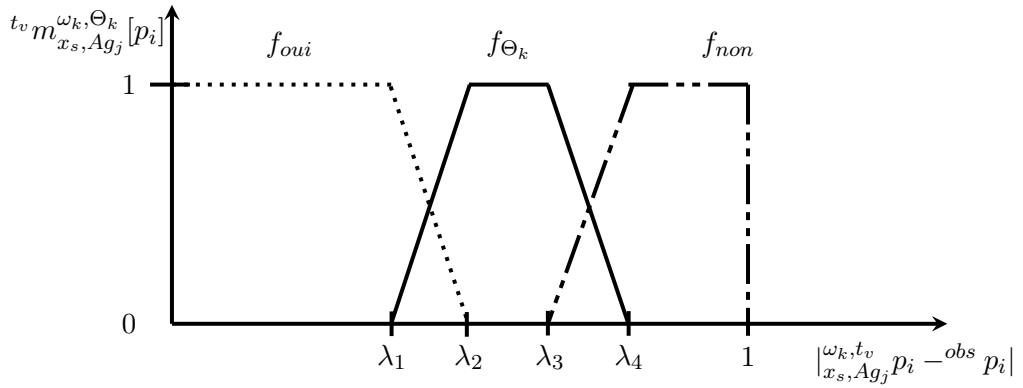

FIGURE 3.7 – *Méthode de création des masses de croyance. La valeur* ${}^{\omega_k,t_v}_{x_s,Ag_j}p_i$ *correspond à la valeur du paramètre* p_i *de l'agent* Ag_j *à l'instant* t_v*. La valeur* ${}^{obs}p_i$ *est la valeur observée par l'expert. L'expression* $|^{\omega_k,t_v}_{x_s,Ag_j}p_i - {}^{obs}\,p_i|$ *est une valeur absolue et les valeurs* λ_1*,* λ_2*,* λ_3 *et* λ_4 *sont des seuils définis actuellement empiriquement. Par exemple, dans le cas où la différence est proche de 0, l'ensemble de la masse de croyance sera allouée au singleton "oui".*

3.4.4.2 Gestion et manipulation des croyances au niveau de l'Agent Paramètre :

Entre les instants $[t^-; t^+]$, l'Agent Paramètre peut recevoir plusieurs réponses des agents inférieurs de Ag' à des instants t_v différents. Afin de construire une fonction de masse de croyance qui reflète l'ensemble des connaissances concernant le paramètre p_i, il faut combiner les fonctions de croyance issues des Agents Simulations. Pour cela, il est nécessaire d'attendre la date limite t^+. Pour les agents ayant répondu avant cette date, il est nécessaire d'intégrer un processus d'affaiblissement. Ainsi la nouvelle masse de croyance est obtenue avec l'expression suivante :

$$
{}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i] = Disc({}^{t_v}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i], \alpha(t^+ - t_v)) \qquad \forall Ag_j \in Ag' \qquad (3.4)
$$

avec $Disc(.,.)$ la fonction d'affaiblissement définie dans la section 1.4.3. Dans ce cas, le facteur d'affaiblissement devient une fonction telle que $\alpha(0) = 0$ et $\lim_{t \to t^+} \alpha(t) = 1$. Enfin, pour obtenir la fonction de croyance ${}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,p_i}$ relative à la validité du pa-

ramètre p_i à l'instant t^+ ; l'Agent Paramètre p_i combine l'ensemble des fonctions de masse ${}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i]$ avec la règle de combinaison prudente de Denœux (équation 1.22) :

$$ {}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,p_i} = \textcircled{\wedge}_{Ag_j \in Ag'} \quad {}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,Ag_j}[p_i]. \tag{3.5}$$

Dans ce contexte, la règle de combinaison prudente est préférée pour ses propriétés d'idempotence. En effet, les agents Ag', dont sont issues les croyances initiales, ne peuvent pas être considérés comme indépendants car ils utilisent le même modèle de comportement, ils peuvent interagir, etc.

3.4.4.3 Gestion des croyances au niveau de l'Agent Validation

Le dernier niveau de validation consiste à combiner les croyances ${}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,p_i}$ données par les Agents Paramètres p_i de P à l'instant t^+. Ces croyances peuvent être considérées comme indépendantes. En effet, les Agents Paramètres n'interrogent pas les mêmes agents et n'estiment pas la validité des mêmes paramètres. Ainsi, la fonction de croyance finale est obtenue par :

$$ {}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s} = \textcircled{\cap}_{p_i \in P} \quad {}^{t^+}m^{\omega_k,\Theta_k}_{x_s,p_i}. \tag{3.6}$$

La figure 3.8 schématise le processus global de la validation.

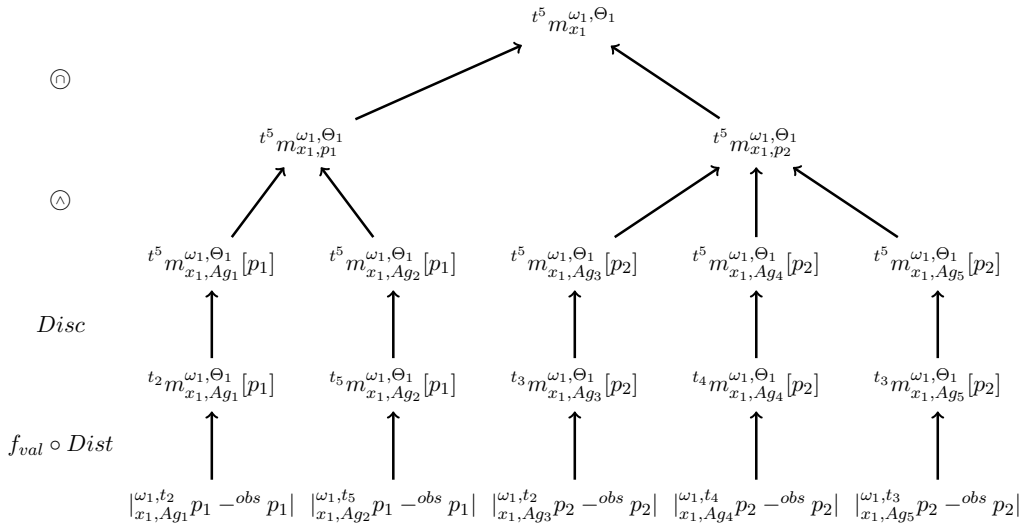

FIGURE 3.8 – *Schéma représentant les masses de croyance à chaque niveau du processus de validation.*

3.4.5 Arrêt et Validation d'une simulation par l'Agent Launcher

Au niveau de l'Agent Launcher deux cas de figures peuvent se produire :

1. la valeur de t^+ est supérieure à t_{obs} : dans ce cas la simulation a atteint son terme sans avoir constaté d'incompatibilité avec les observations de l'expert. La fonction de masse est alors donnée par :

$$m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k} =^{t^+} m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k} \tag{3.7}$$

2. dans le cas où t^+ est inférieure à t_{obs}, il est nécessaire d'estimer la croyance que l'on pourrait avoir à l'instant t_{obs} pour cela on utilise un affaiblissement temporel (équation 1.15) :

$$m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k} = Disc(^{t^+}m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}, \alpha(t_{obs} - t^+)) \tag{3.8}$$

La fonction $\alpha(t)$ est ici définie par : $\alpha(0) = 0$ et $\lim_{t \to t_{obs}} \alpha(t) = 1$. On note $BetP_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}$ la probabilité pignistique associée à la fonction de masse $m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}$. Pour notre application, les paramètres sont monotones. Dans ce cas, la simulation est stoppée lorsque la probabilité pignistique de la proposition $\{non\}$, $BetP_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}(non)$, dépasse un certain seuil ζ. Le seuil ζ peut être obtenu à la suite d'une phase d'apprentissage ou donné par un expert.

L'ensemble du processus de validation est résumé par l'algorithme 1 présenté dans l'annexe A.2.1.

3.5 Système de calibration

Dans la section précédente, le processus de validation a été décrit. Dans ce schéma, une seule hypothèse ω_k a été confrontée aux mesures relevées par l'expert. L'objectif dans notre étude est de trouver l'hypothèse qui nous permettrait d'être le plus proche de ces mesures. Deux solutions sont alors possibles :

- comparer l'ensemble des hypothèses de Ω aux mesures réelles. Cette solution impose un temps de calcul important lorsque le nombre d'élèments de Ω est conséquent.
- mettre en place une stratégie de sélection des hypothèses à tester.

C'est la seconde solution qui a été retenue dans notre cas. Cette solution repose sur une heuristique proposée par Morvan [156]. Ainsi, si K hypothèses sont testées, il y a K fonctions de croyance construites lors de la phase de validation. Ces fonctions sont construites sur des cadres de discernement différents. Avant de pouvoir les combiner, il est nécessaire de passer par une opération d'extension vide (section 1.4.2). En effet, suite à la phase de validation, chacune des fonctions $m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}$, avec $k \in [1, K]$, représente la croyance en l'une des réponses possibles (oui ou non) à la question : "L'hypothèse ω_k est-elle en accord avec les faits trouvés par l'expert ?". Le cadre Ω peut alors être vu comme un raffinement de Θ_k, chaque information $m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}$ peut être exprimée sur Ω par une extension vide :

$$m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k\uparrow\Omega}(\rho_k(A)) = m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}(A) \qquad \forall A \subseteq \Theta_k \tag{3.9}$$

où ρ_k est le raffinement de Θ_k sur Ω, illustré sur la figure 3.9, et défini par $\rho_k(\{oui\}) = \{k\}$ et $\rho_k(\{non\}) = \{\overline{k}\}$.

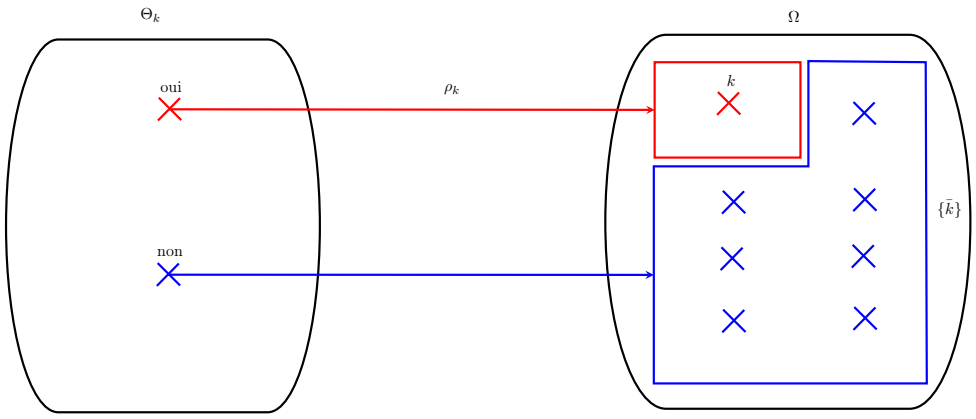

FIGURE 3.9 – *Raffinement ρ_k permettant de transférer l'information sur Ω.*

Ainsi, pour tout $k \in [1, K]$:

$$\begin{cases} m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k\uparrow\Omega}(\{\omega_k\}) & = m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}(\{oui\}) \ ; \\ m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k\uparrow\Omega}(\overline{\{\omega_k\}}) & = m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}(\{non\}) \ ; \\ m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k\uparrow\Omega}(\Omega) & = m_{x_s}^{\omega_k,\Theta_k}(\Theta_k). \end{cases} \tag{3.10}$$

pour simplifier les notations dans la suite, la fonction de masse $m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_k\uparrow\Omega}$ sera notée $m_{x_s}^{\omega_n,\Omega}$. Désormais, les fonctions de masse sont définies sur un cadre de discernement identique, on peut alors les combiner par l'intermédiaire de la règle de combinaison conjonctive (équation 1.16) :

$$m_{x_s}^{\Omega} = \textcircled{\cap}_{k=1}^{K} m_{x_s}^{\omega_k,\Omega}. \tag{3.11}$$

Les différentes étapes du processus de calibration sont présentées sur la figure 3.10.

Afin de prendre en compte un ensemble de modèles biologiques et de considérer plusieurs espèces de diptères, le système doit permettre de combiner les S fonctions de masse $m_{x_s}^{\Omega}$ avec $s \in [1, S]$. Ces différentes fonctions peuvent être considérées comme fiables et distinctes, on peut alors utiliser la règle de combinaison conjonctive (équation 1.16). La fonction de masse finale est alors obtenue de la façon suivante :

$$m = \textcircled{\cap}_{s=1}^{S} m_{x_s}^{\Omega}. \tag{3.12}$$

Une illustration de ce principe est proposée sur la figure 3.11.

Finalement, la décision est obtenue en utilisant le maximum de probabilité pignistique (équation 1.31).

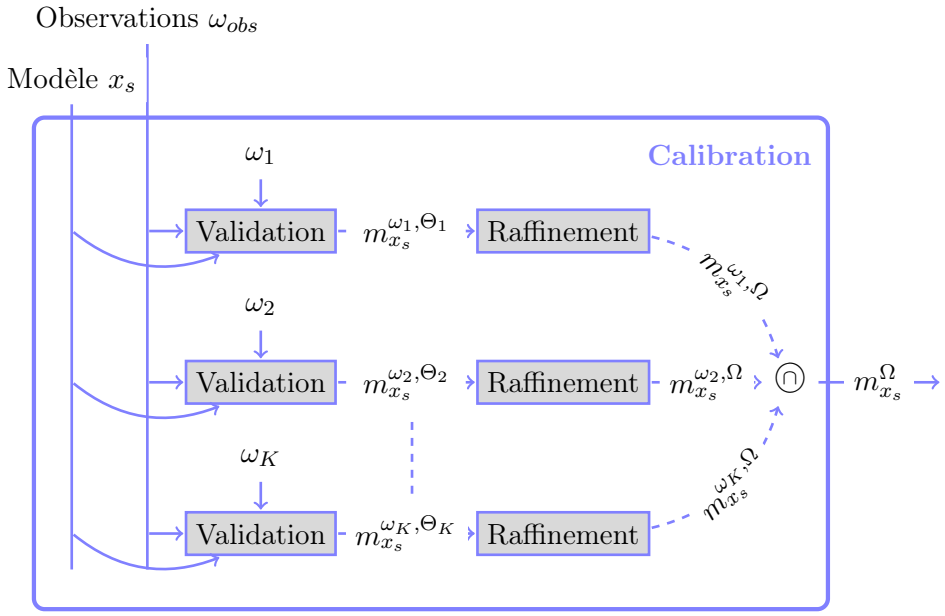

FIGURE 3.10 – *Illustration du processus de calibration complet avec les phases de validation, de raffinement et de combinaison.*

3.6 Expérimentation

Le principe, exposé dans les sections précédentes, a été appliqué sur plusieurs cas d'expertises réelles [220]. Les résultats obtenus ont été confrontés à ceux estimés par un expert. Nous ne présentons, dans cette section, qu'un seul cas. Dans le cas étudié, la personne a disparu aux alentours du 16 juin et a été retrouvée le 29 juin. Cet intervalle permet de définir le cadre de discernement Ω. Dans notre cas, une précision d'une heure est suffisante afin de déterminer l'IPM. Ainsi Ω est défini de la façon suivante : $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k, \ldots, \omega_{313}\}$ où ω_k représente les instants possibles (heure et jour) pour le décès. L'expert a relevé sur le cadavre 3 espèces différentes d'insectes. Plusieurs modèles entomologiques de la littérature [206] permettent de décrire le développement de ces espèces. Ainsi, dix modèles, x_s avec $s \in [1, 10]$, sont utilisés pour déterminer au mieux l'heure du décès du cadavre. Parmi les 313 heures possibles du décès seulement 15 sont testées (après l'utilisation de l'heuristique proposée dans [156]). Pour ces hypothèses, les fonctions de masse de croyance, issues du processus de validation, sont présentées sur les figures A.1 à A.10 en Annexe A.2.2.

La probabilité pignistique, obtenue à l'issue de la phase de calibration, est présentée sur la figure 3.12.

En prenant la décision sur le maximum de probabilité pignistique (équation 1.31), les premières pontes sont fixées à la date du 24 juin à 22 heures. Sur cette expertise, le résultat donné par le système d'aide à la décision proposé est similaire à celui déduit par l'expert humain. Ce premier résultat a été confirmé par la suite sur plusieurs cas réels.

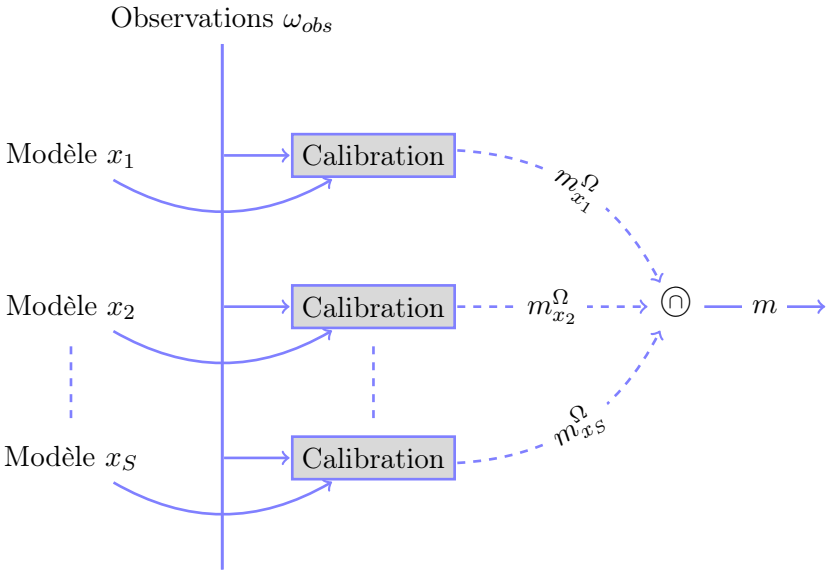

FIGURE 3.11 – *Illustration de l'architecture avec S modèles.*

3.7 Conclusion

Les premiers résultats du système proposé, présentés sur des cas réels, sont jugés prometteurs par l'expert du domaine. Même si dans certains cas, quelques heures séparent les conclusions de l'expert et les décisions du système, ces différences sont négligeables. Ce dernier semble donc bien accomplir son rôle de *conseil* pour aider l'expert entomologiste lors de sa prise de décision.

L'apport de la théorie des fonctions de croyance pour l'étude de problèmes complexes et, plus spécifiquement, pour la validation de simulations orientées agents, est avéré. Une limitation principale apparaît cependant lorsque la cardinalité du cadre de discernement devient trop importante. Dans ce cas, les opérations de combinaison deviennent trop gourmandes en complexité algorithmique. Pour obtenir des résultats dans des délais raisonnables, lorsque les pas de temps sont de l'ordre de l'heure, le cadre de discernement (c'est-à-dire l'intervalle *post mortem* maximum) doit être inférieur ou égal à 5 semaines environ. Cette contrainte calculatoire limite également l'utilisation du nombre de modèles par espèce à 2 ou 3, selon les cas.

Pour remédier à ce problème, des procédés de diminution des temps de calcul doivent être développés. Par exemple, il est envisagé une utilisation de méthodes récursives de raffinement/grossissement pour parcourir intelligemment le cadre de discernement. Ce principe récursif pourra être couplé à une utilisation alternative de modèles aux précisions différentes (par exemple jour, heure). Enfin, dans la littérature, des solutions d'optimisation ont été proposées pour limiter le nombre d'éléments focaux des fonctions de masse de croyance [45] ou pour effectuer une

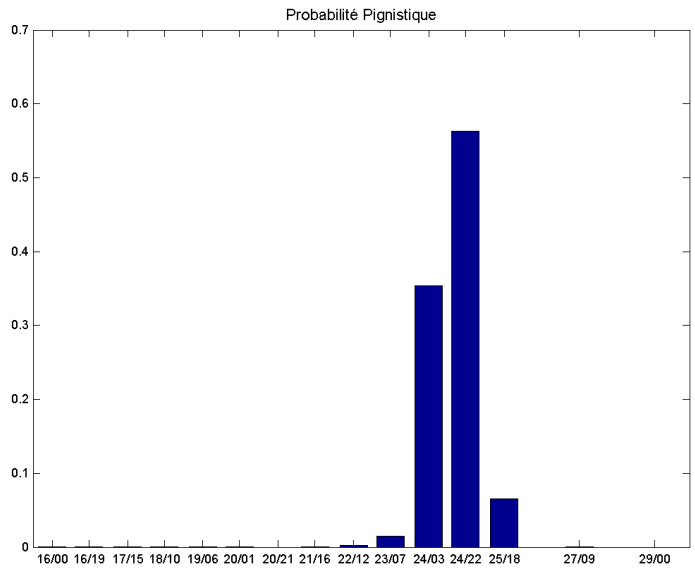

FIGURE 3.12 – *Probabilité pignistique finale. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

optimisation algorithmique des combinaisons [231, *p. 32*]. A l'avenir, il semble par conséquent primordial de s'intéresser à la réduction de la complexité algorithmique.

Conclusion

Dans ce document, nous avons évoqué une partie des travaux que nous avons menés autour du thème de l'élaboration de systèmes d'aide à la décision et plus particulièrement la mise en œuvre de ces systèmes en présence d'informations imparfaites.

Les imperfections peuvent être modélisées par le biais de différents formalismes présentés dans le premier chapitre. Parmi ces cadres de représentation des imprécisions et des incertitudes, nos travaux ont porté sur la théorie des fonctions de croyance. Le choix de ce formalisme se justifie par le fait qu'il propose un ensemble d'outils mathématiques (affaiblissement, conditionnement, changement de cadre de discernement, combinaison, etc.), qu'il est relativement simple à appréhender (facilité de modéliser les imprécisions et les incertitudes) et enfin qu'il est considéré comme unificatrice de l'ensemble des théories de l'incertain.

Nous avons développé plusieurs aspects théoriques sur ce formalisme. Parmi ces points, nous pouvons citer :

- la modélisation des informations sous la forme de fonctions de croyance par l'intermédiaire de matrices de confusion,
- la définition de coefficients d'affaiblissement soit par critères d'information soit par des mesures de conflit interne soit en exploitant des matrices de confusion dans le cadre de l'affaiblissement contextuel,
- la gestion du conflit en proposant diverses approches de redistribution des conflits partiels. Par ailleurs, un cadre unificateur, permettant de retrouver les combinaisons utilisées classiquement, a été proposé. Plus récemment, nous avons introduit une nouvelle approche de fusion couplant la combinaison conjonctive et la combinaison de Dempster. Cette approche permet d'exploiter la masse de croyance attribuée sur l'ensemble vide comme une alarme révélatrice d'un éventuel problème lors de la combinaison.

Les différentes avancées ne valent que lorsqu'elles trouvent un débouché sur des applications. Ainsi au cours de mes recherches, différentes applications ont été élaborées autour de l'aide à la décision. Parmi ces applications, seulement deux sont présentées afin de ne pas surcharger ce document : le choix de fournisseurs dans le cadre de la gestion d'une chaîne logistique et l'entomologie médico-légale.

Pour la première application, un système couplant les fonctions de croyance et des comparaisons hiérarchiques par paire est proposé. Ce système permet de prendre en compte l'absence de connaissance du décideur aussi bien au niveau des alternatives qu'au niveau des critères. De plus, il offre l'avantage de fournir au décideur une fonction de croyance à la fin de l'étude lui permettant de choisir une alternative mais également de savoir avec quelle force celle-ci est soutenue et de connaître le niveau de connaissance disponible. Actuellement, nous travaillons sur

la modélisation des préférences de l'expert (au niveau des alternatives et des critères) sous forme de fonctions de croyance.

En ce qui concerne l'entomologie médico-légale, la réalisation du système d'aide automatique pour l'estimation de l'intervalle Post Mortem reste, à notre connaissance, la première proposition entreprise. La confrontation des résultats obtenus par le système proposé et par l'expert permet de valider l'approche fondée sur les fonctions de croyance. Même si ces premiers résultats sont satisfaisants, quelques améliorations peuvent être réalisées comme par exemple la réduction de la complexité algorithmique due à la taille du cadre de discernement.

D'autres applications, non détaillées dans ce document, ont été traitées au cours de mes travaux de recherche.

Tout d'abord, dans le cadre du véhicule intelligent, deux aspects ont été abordés. Le suivi multi-cibles, et plus particulièrement la phase d'association, est une thématique que nous avons traitée au travers de deux thèses (Yann Lemeret thèse soutenue en 2006 et Samir Hachour thèse débutée en 2011). La phase d'association est une étape supplémentaire qui n'existe pas dans les problèmes de suivi mono-objet. La plupart des systèmes multi-objets, multi-capteurs utilisent un formalisme probabiliste. Le but de cette démarche est de proposer une chaîne complète de poursuite et d'identification multi-objets multi-capteurs fondée sur le formalisme des fonctions de croyance. Une première proposition concernant la phase d'association a été présentée dans une revue internationale [151]. Cet article est repris dans l'annexe A.3.1. Le second point sur le véhicule intelligent concerne la communication inter-véhicules (V2V). L'objectif de cette application est d'illustrer de quelle manière des informations partielles peuvent être échangées dans le contexte de la communication inter-véhicule, par exemple pour prévenir le conducteur d'un événement potentiellement dangereux (accident, obstacle sur la route, freinage, etc.) ou pour l'assister (trouver une place de parking libre, éviter les embouteillages, être informé en temps réel des conditions de trafic, etc.). Ces travaux sont réalisés dans le cadre de la thèse de Mira Bou Farah (thèse débutée en octobre 2010). L'un des articles [67] traitant cette application est présenté dans l'annexe A.3.2

Enfin, la dernière application concerne l'aide au diagnostic de machines électriques. Les projets entrepris dans le cadre de ce thème ont été réalisés en collaboration avec le **L**aboratoire des **S**ystèmes **E**lectrotechniques et **E**nvironnement (LSEE EA 4025). L'objectif est de concevoir des systèmes de diagnostics sur des moteurs électriques en fonctionnement en prenant en compte plusieurs mesures réalisées de manières non-invasives. Les informations extraites des mesures sont modélisées par des fonctions de croyance et qui sont ensuite fusionnées avant de rendre un diagnostic. L'objectif final est d'obtenir un système capable de diagnostiquer, à tout moment et de manière précise, la présence de défauts sur une machine électrique. Le système ainsi réalisé pourrait être utilisé en milieu industriel. Une description plus complète du système proposé est présentée dans un article [164] qui est repris dans l'annexe A.3.3.

En ce qui concerne, les perspectives théoriques plusieurs aspects pourront être abordés. Parmi celles-ci :

- Comme certaines études l'ont déjà démontrées, il n'existe pas de méthodes de modélisation, d'opérateurs de combinaison ou de règles de décision idéals. Le choix d'une méthode pour chacune de ces phases du système d'aide à la décision est dépendant de l'application. Une première démarche [108] a déjà été proposée. Elle permet de trouver l'opérateur de combinaison le mieux adapté à la combinaison. Toutefois, les aspects modélisation-combinaison-décision sont difficilement dissociables et les interactions entre ces trois phases sont très nombreuses. L'objectif serait alors de trouver, parmi les différentes méthodes proposées dans chacune des phases, des couples (ou idéalement des trios) cohérents vis-à-vis de l'application. Le choix pourrait alors être orienté selon les propriétés des différentes méthodes retenues.
- Actuellement, de nombreuses recherches sont menées afin de définir une mesure de conflit entre deux fonctions de croyance autre que $m(\emptyset)$. Des mesures de dissimilarité (ou distance) ont été, dans un premier temps, employées. Toutefois, celles-ci ne permettent pas de répondre parfaitement aux contraintes d'une mesure de conflit (dépendance à la taille du cadre de discernement, valeur maximale non atteinte pour des fonctions en opposition totales). L'objectif est alors d'obtenir une mesure de conflit suffisamment révélatrice de l'opposition entre deux fonctions de masse.

Par ailleurs, les applications permettent également de découvrir des problèmes qui peuvent nous amener à travailler sur la conception de nouveaux outils mathématiques ou l'adaptation d'outils existants. C'est pourquoi, nous nous efforcerons de continuer à lier nos activités de recherche à des applications.

Annexe A

Annexes

A.1 Application sur l'application en logistique

A.1.1 Matrices de comparaison de la méthode AHP

Locali.	Fournis. 1	Fournis. 2	Fournis. 3	Fournis. 4	Moyenne Géométrique	Poids
Fournis. 1	1	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$(1 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2})^{\frac{1}{4}} = 0.84$	0.18
Fournis. 2	2	1	3	5	$(2 \times 1 \times 3 \times 5)^{\frac{1}{4}} = 2.34$	0.5
Fournis. 3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2})^{\frac{1}{4}} = 0.54$	0.12
Fournis. 4	2	$\frac{1}{5}$	2	1	$2 \times \frac{1}{5} \times 2 \times 1)^{\frac{1}{4}} = 0.95$	0.20

Tableau A.1 – Calcul de l'importance relative entre les alternatives en considérant le critère *Consommation*.

Prix	Fournis. 1	Fournis. 2	Fournis. 3	Fournis. 4	Moyenne Géométrique	Poids
Fournis. 1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$(1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3})^{\frac{1}{4}} = 0.44$	0.09
Fournis. 2	3	1	$\frac{1}{4}$	4	$(3 \times 1 \times \frac{1}{4} \times 4)^{\frac{1}{4}} = 1.32$	0.26
Fournis. 3	3	4	1	5	$3 \times 4 \times 1 \times 5)^{\frac{1}{4}} = 2.78$	0.56
Fournis. 4	3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	1	$3 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times 1)^{\frac{1}{4}} = 0.47$	0.09

Tableau A.2 – Calcul de l'importance relative entre les alternatives en considérant le critère *Prix*.

A.1.2 Fonction de croyance sur l'espace produit alternatives critères

bba conditionnelle	Déconditionnement sur $\Omega \times \Theta$	Valeur
$m^{\Omega}[c_2](\{F_1\})$	$m^{\Omega}[c_2]^{\Uparrow \Omega \times \Theta}(\{(F_1,c_1),(F_1,c_2),(F_1,c_3),(F_1,c_4),(F_2,c_1),$ $(F_2,c_3),(F_2,c_4),(F_3,c_1),(F_3,c_3),(F_3,c_4)\})$	0.4
$m^{\Omega}[c_2](\Omega)$	$m^{\Omega}[c_2]^{\Uparrow \Omega \times \Theta}(\Omega \times \Theta)$	0.6

Tableau A.3 – Déconditionnement de la fonction conditionnelle $m^{\Omega}[c_2]$ sur l'espace produit $\Omega \times \Theta$.

bba conditionnelle	Déconditionnement sur $\Omega \times \Theta$	Valeur
$m^{\Omega}[c_3](\{F_2\})$	$m^{\Omega}[c_3]^{\Uparrow \Omega \times \Theta}(\{(F_1,c_1),(F_1,c_2),(F_1,c_4),(F_2,c_1),(F_2,c_2),$ $(F_2,c_3),(F_2,c_4),(F_3,c_1),(F_3,c_2),(F_3,c_4)\})$	0.889
$m^{\Omega}[c_3](Omega)$	$m^{\Omega}[c_3]^{\Uparrow \Omega \times \Theta}(\Omega \times \Theta)$	0.111

Tableau A.4 – Déconditionnement de la fonction conditionnelle $m^{\Omega}[c_3]$ sur l'espace produit $\Omega \times \Theta$.

bba conditionnelle	Déconditionnement sur $\Omega \times \Theta$	Valeur
$m^{\Omega}[c_4](\{F_3\})$	$m^{\Omega}[c_4]^{\Uparrow \Omega \times \Theta}(\{(F_1,c_1),(F_1,c_2),(F_1,c_3),(F_2,c_1),(F_2,c_2),$ $(F_2,c_3),(F_3,c_1),(F_3,c_2),(F_3,c_3),(F_3,c_4)\})$	0.606
$m^{\Omega}[c_4](\Omega)$	$m^{\Omega}[c_4]^{\Uparrow \Omega \times \Theta}(\Omega \times \Theta)$	0.394

Tableau A.5 – Déconditionnement de la fonction conditionnelle $m^{\Omega}[c_4]$ sur l'espace produit $\Omega \times \Theta$.

A.2 Annexe sur l'application en entomologie médico-légale

A.2.1 Algorithme de Validation

Le processus complet de la phase de validation est résumé par l'algorithme 1.

Entrées : x_s, ω_n, ω_{obs}
Sorties : $m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n}$
Début
  Lancer x_s avec ω_n, à t_n ;
  Répéter
    Sélectionner $t_v \in [t_n, t_{obs}]$ avec $t_v \in [t^-, t^+]$;
    Calculer ${}^{t^+}m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n}$;
  Jusqu'à $t^+ > t_{obs}$ *ou* ${}^{t^+}BetP_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n}(\{non\}) > \zeta$
  Si $t^+ < t_{obs}$ **Alors**
    $m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n} = Disc({}^{t^+}m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n}, \alpha(t_{obs} - t^+))$;
  Sinon
    $m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n} = {}^{t^+}m_{x_s}^{\omega_n,\Theta_n}$;
  Fin
Fin

Algorithme 1: Algorithme du processus global de Validation.

A.2.2 Résultats

Par ailleurs, les masses de croyance, obtenues à l'issue de la phase de validation dans le cadre d'un exemple de médecine légale réel pour 10 modèles entomologiques, sont représentées sur les figures A.1 à A.10. L'exemple est décrit de manière complète dans la section 3.6.

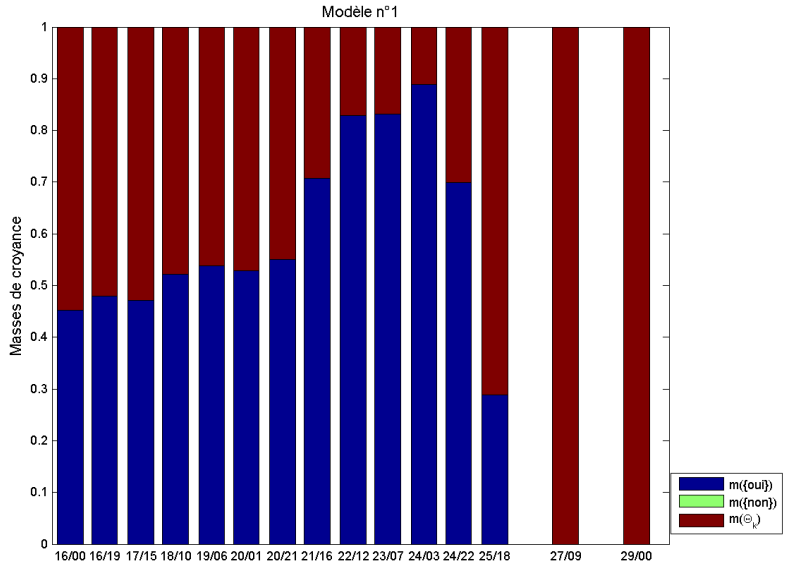

FIGURE A.1 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°1 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

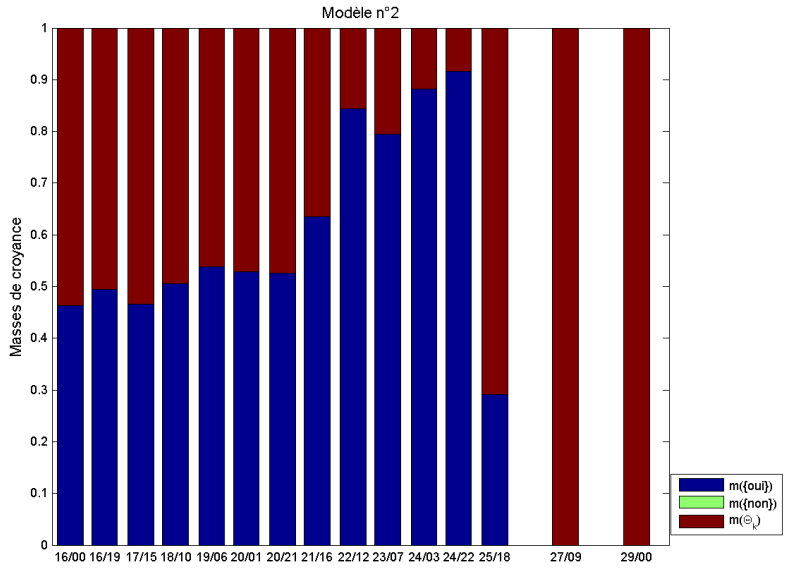

FIGURE A.2 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°2 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

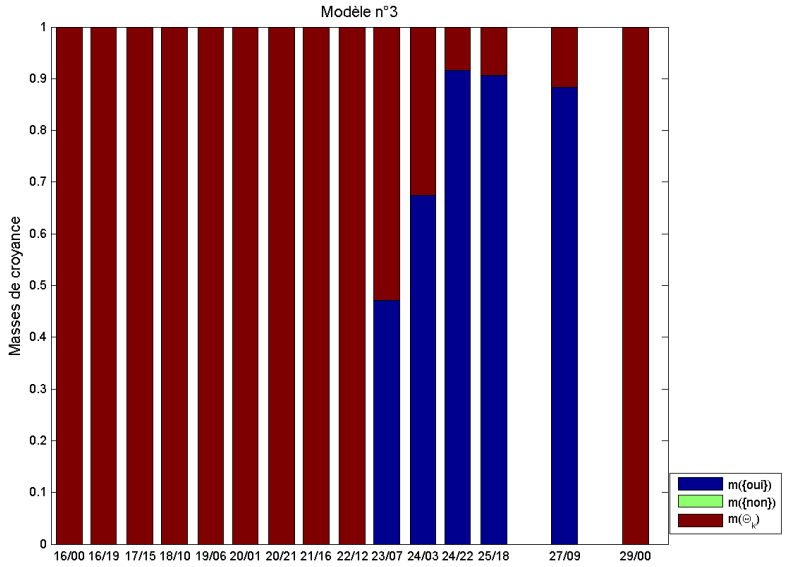

FIGURE A.3 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°3 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

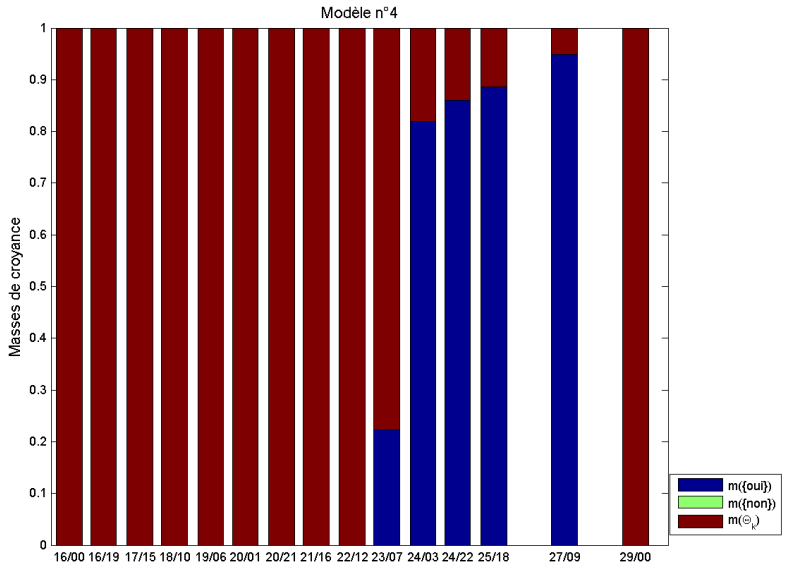

FIGURE A.4 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°4 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

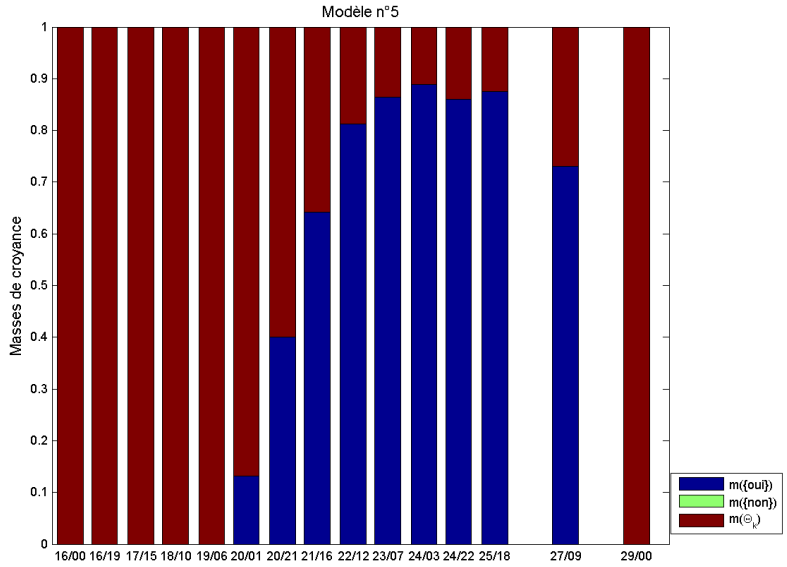

FIGURE A.5 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°5 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

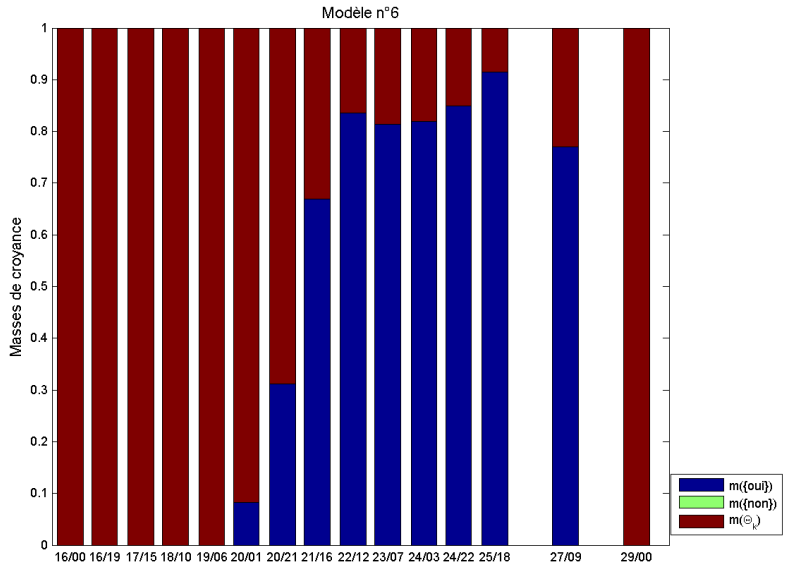

FIGURE A.6 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°6 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

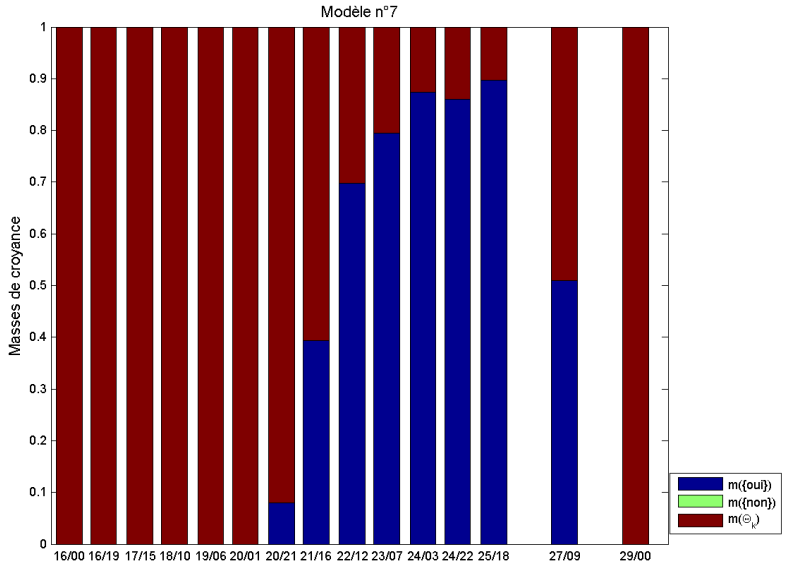

FIGURE A.7 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°7 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

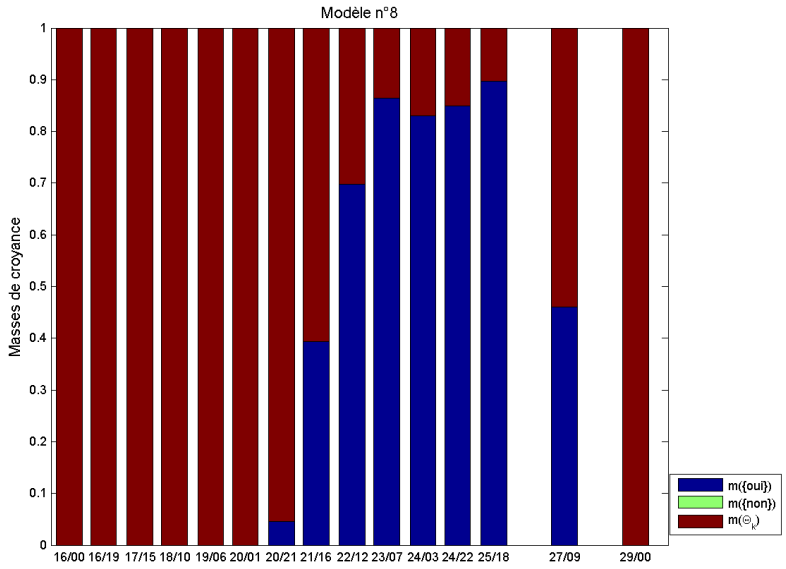

FIGURE A.8 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°8 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

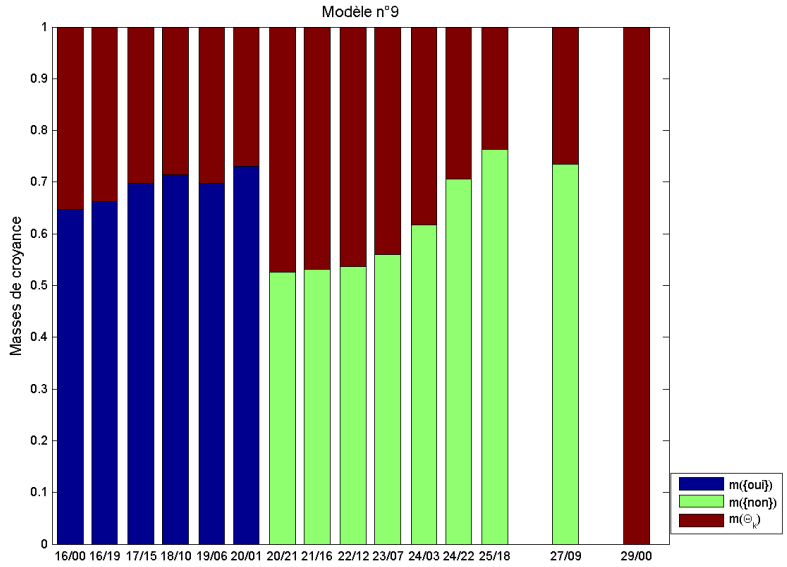

FIGURE A.9 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°9 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

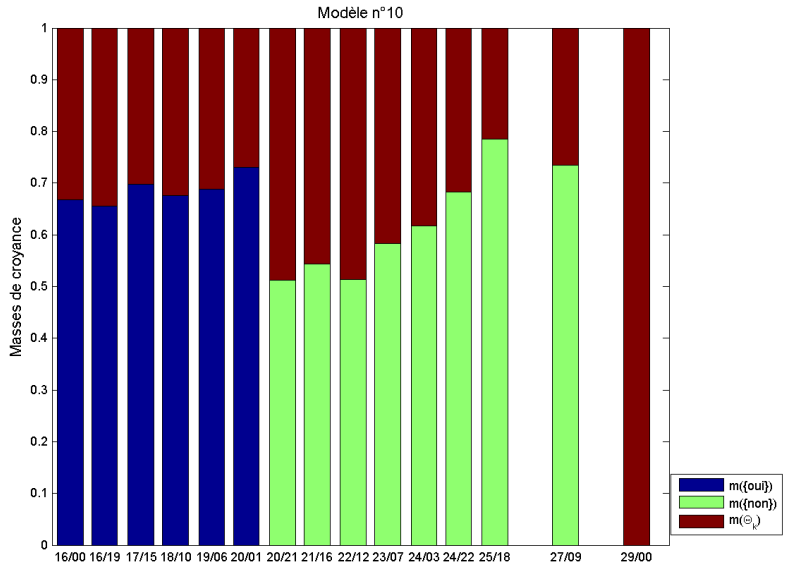

FIGURE A.10 – *Fonctions de croyance obtenues avec le modèle n°10 après l'étape de validation. Les coordonnées en abscisse représentent le jour et l'heure considérés (jour/heure).*

A.3 Recueil de Publications

A.3.1 Information Sciences 2011

D. Mercier, **E. Lefevre**, D. Jolly, "Object association with belief functions, an application with vehicles", *Information. Sciences*, **vol. 181**, n°24, pp 5485-5500, 2011.

Cet article traite de l'association de véhicules dans le cadre du suivi multi-cibles.

Object Association with Belief Functions, an application with vehicles.

David Mercier, Éric Lefèvre, Daniel Jolly

Univ. Lille Nord de France, UArtois, EA 3926 LGI2A, France

Abstract

The problem tackled in this article consists in associating perceived objects detected a certain time with known objects previously detected, knowing uncertain and imprecise information regarding the association of each perceived objects with each known objects. For instance, this problem can occur during the association step of an association obstacle tracking process, especially in the context of vehicle driving aid. A contribution in the modelling of this association problem in the belief function framework is introduced. By interpreting belief functions as weighted opinions according to the Transferable Belief Model semantics, pieces of information regarding the association of known objects and perceived objects can be expressed in a common global space of association to be combined by the conjunctive rule of combination, and a decision making process using the pignistic transformation can be made. This approach is validated on real data.

Keywords: Object association, obstacle tracking, belief functions, Transferable Belief Model.

1. Introduction

In obstacle tracking, the association step consists in establishing a correlation between tracks (known objects) and targets (perceived objects) from information usually provided by different sensors or captors. Such a mapping can be even more complex depending on the number of targets and tracks, as well as the quality of the provided information. Introduced by Dempster [7] and Shafer [26], belief functions constitute a suitable framework for the representation and manipulation of imperfect information [4, 12, 13, 20, 30, 31]. Thus, next to architectures based on Bayesian probabilistic framework [2, 3], Rombaut [23, 24] develops a first modelling based on belief functions. In this

model, information regarding the association of couples (known objects, perceived objects) is represented by belief functions, which are combined using, for simplicity reasons, an adapted combination introduced by Rombaut. In [16] this latter model is developed by using a decision-making system based on belief matrices and the application of a coupling algorithm.

In this article, a modelling of this association step problem is introduced in the Smets' semantic approach of belief functions: the Transferable Belief Model (TBM) [29], a subjectivist and non-probabilistic interpretation of the Dempster-Shafer theory of belief function. In particular, it is shown that TBM classical tool like the conjunctive combination rule and the pignistic decision-making can be implemented and tested in a real time application, these experimental results demonstrating the effectiveness of this approach as compared to Rombaut's combination rule.

The works presented here extend a short version of this study presented in [19], as well as it reexpress and extend in the Transferable Belief Model a former model presented by some of the authors in [17]. At last, the association problem described here also presents some similarities with the works undertaken by Ristic and Smets in [22], which are discussed in this article.

This article is organized as follows. The TBM basic concepts we need are recalled in Section 2. An association algorithm based on belief functions is then introduced in Section 3 and discussed with previous approaches in Section 4. Then, experimental results on real data are presented in Section 5. Finally, Section 6 concludes this article.

2. Transferable Belief Model (TBM): basic concepts

The Transferable Belief Model (TBM) is a model of uncertain reasoning and decision-making based on two levels [14, 29]:

- the credal level, where available pieces of information are represented by belief functions, and manipulated;
- the pignistic or decision level, where belief functions are transformed into probability measures when a decision has to be made, and the expected utility is maximized.

2.1. Representing information with belief functions

2.1.1. Belief functions

The knowledge held by an agent is represented by the allocation of a finite mass of belief to subsets of the universe of discourse.

Let $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_N\}$, called the frame of discernment, be a finite set composed of all possible answers to a given question Q of interest. The beliefs held by a rational agent Ag regarding the answer to question Q can be quantified by a *mass function* or a *basic belief assignment (BBA)* $m^{\Omega}_{Ag} : 2^{\Omega} \rightarrow [0, 1]$ s.t.:

$$\sum_{A \subseteq \Omega} m^{\Omega}_{Ag}(A) = 1 \ . \tag{1}$$

The quantity $m^{\Omega}_{Ag}(A)$ represents the part of the unit mass allocated to the hypothesis that the answer to question Q is in the subset A of Ω. When there is no ambiguity, the notation m^{Ω}_{Ag} will be simplified as follows m^{Ω} or m.

- A subset A of Ω such that $m(A) > 0$ is called a *focal set* of m.
- A BBA m with only one focal set A is called a *categorical BBA* and is denoted m_A; then $m_A(A) = 1$.
- Total ignorance is represented by the BBA m_{Ω} called the *vacuous BBA*.
- A *normal BBA* m satisfies the condition $m(\emptyset) = 0$.
- Let A be a subset of Ω, the cardinality of A, denoted $|A|$, is the number of elements of Ω in A; if $|A| = 1$, A is said to be a *singleton*.

The belief and plausibility functions associated with a BBA m are defined, respectively, as:

$$bel(A) = \sum_{\emptyset \neq B \subseteq A} m(B) \qquad \forall A \subseteq \Omega \ , \tag{2}$$

$$pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \qquad \forall A \subseteq \Omega \ . \tag{3}$$

Functions m, *bel* and *pl* are in one-to-one correspondence, and thus constitute different forms of the same information.

2.1.2. Refinements and Coarsenings

When applying the TBM to a real-world application, the determination of the frame of discernment Ω, which defines the set of states on which beliefs will be expressed, is a crucial step. As noticed by Shafer [26, chapter 6], the degree of granularity of Ω is always, to some extent, a matter of

convention, as any element of Ω representing a given state can always be split into several alternatives. Hence, it is fundamental to examine how a belief function defined on a frame may be expressed in a finer or, conversely, in a coarser frame. The concepts of refinement and coarsening can be defined as follows.

Let Θ and Ω denote two frames of discernment. A mapping $\rho : 2^\Theta \to 2^\Omega$ is called a *refining* of Θ (Figure 5) if it verifies the following properties:

1. The set $\{\rho(\{\theta\}), \theta \in \Theta\} \subseteq 2^\Omega$ is a partition of Ω, and
2. For all $A \subseteq \Theta$:

$$\rho(A) = \bigcup_{\theta \in A} \rho(\{\theta\}). \tag{4}$$

Θ is then called a coarsening of Ω, and Ω is called a refinement of Θ.

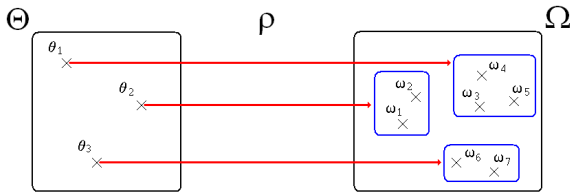

Figure 1: Illustration of a coarsening Θ of Ω associated with a refining ρ of Θ.

2.2. Manipulating information with belief functions

2.2.1. Vacuous extension

The *vacuous extension* operation allows one to convey a mass function m^Θ, expressing a state of belief on Θ, to a finer frame Ω, a refinement of Θ. Stemming from the *least committed principle* [27], this operation is denoted with an arrow pointing up, and is defined by:

$$m^{\Theta\uparrow\Omega}(\rho(A)) = m^\Theta(A), \quad \forall A \subseteq \Theta \ , \tag{5}$$

where ρ is the refining of Θ in Ω.

2.2.2. Combining beliefs

Two BBAs m_1 and m_2, induced by distinct and reliable sources of information, can be combined using the *conjunctive rule of combination* (CRC), also called *unnormalized Dempster's rule of combination*, defined for all $A \subseteq \Omega$ by:

$$m_1 \textcircled{\cap} m_2(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C) \ . \tag{6}$$

The normalization hypothesis ($m(\emptyset) = 0$) can be recovered with the following normalization step:

$$m_1 \oplus m_2(A) = \begin{cases} \frac{m_1 \textcircled{\cap}_2(A)}{1 - m_1 \textcircled{\cap}_2(\emptyset)} & \text{if } \emptyset \neq A \subseteq \Omega \ , \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{7}$$

This latter rule of combination is called *Dempster's rule of combination.*

2.3. Decision-making level

When a decision has to be made regarding the answer to question Q, some *rationally principles* [6] justify the strategy consisting in choosing the decision d among a set of possible decisions $\mathcal{D}$, which minimizes the *expected risk* defined by:

$$R(d) = \sum_{\omega \in \Omega} c(d, \omega) P^{\Omega}(\{\omega\}), \tag{8}$$

where $P^{\Omega} : 2^{\Omega} \rightarrow [0, 1]$ is a probability measure and $c : \mathcal{D} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ a cost function, $c(d, \omega)$ representing the cost to decide d while the truth is ω.

At this level, the mass function m^{Ω} representing the available information regarding the answer to question Q belonging to Ω (resulting in practice from a fusion process) has then to be transformed in a probability measure. A solution [9] consists in computing the *pignistic probability* [28] defined by:

$$BetP^{\Omega}(\{\omega\}) = \sum_{\{A \subseteq \Omega, \omega \in A\}} \frac{m(A)}{|A| \ (1 - m(\emptyset))}, \quad \forall \omega \in \Omega. \tag{9}$$

The chosen decision is then the one that minimizes the pignistic risk defined by:

$$R_{Bet}(d) = \sum_{\omega \in \Omega} c(d, \omega) BetP^{\Omega}(\{\omega\}) \ . \tag{10}$$

In the case of 0-1 costs with $\mathcal{D} = \Omega$, which means that $c(\omega_i, \omega_j) = 1$ if $i = j$, 0 otherwise, choosing the decision d which minimises the pignistic risk (10) is equivalent to choose the decision d which maximizes the pignistic probability (9).

An other case consists in choosing 0-1 costs with $\mathcal{D} = \Omega \cup \{d_0\}$, where d_0, called *rejection decision* [9], consists in refusing to make a decision belonging to $\mathcal{D} \setminus \{d_0\}$ when the risk is judged too high. By denoting $c_0 = c(d_0, \omega_i) \ \forall i \in \{1, \ldots, N\}$, minimizing the pignistic risk (10) is equivalent to choose the decision:

- d_0 if $\max\limits_{i=1,\ldots,N} BetP(\{\omega_i\}) < 1 - c_0$,

- ω_j if $BetP(\{\omega_j\}) = \max_{i=1,\ldots,N} BetP(\{\omega_i\}) \geq 1 - c_0$.

The cost c_0 is called the *rejection cost*.

3. Object association algorithm

3.1. Representing information with belief functions

The first step when building belief functions is to define the universe of discourse.

Let us consider the following notations:

- X_i: represents a perceived object at time t, $i \in I = \{1, \ldots, N\}$, N being the number of perceived objects at time t;
- Y_j: represents a known object at previous time $t-1$, $j \in J = \{1, \ldots, M\}$, M being the number of known objects at time $t-1$;
- *: is a proposition meaning *"no object"*.

The association process objective consists in finding the best possible association between a set of perceived objects $\{X_1, X_2, \ldots, X_N, ^\star\}$ and a set of known objects $\{Y_1, Y_2, \ldots, Y_M, ^\star\}$, under the following constraints:

- each perceived object X_i is associated with at most one known object;
- each known object Y_j is associated with at most one perceived object;
- proposition * can be associated with any objects.

The frames of discernment involved in this application are then the followings:

- $\Omega_{i,j} = \{y_{i,j}, n_{i,j}\}$: contains the two possible answers (yes or no) to the question $Q_{i,j}$: "Is the perceived object X_i associated with the known object Y_j?";
- $\Omega_{X_i} = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_M, ^\star\}$: contains the set of possible answers to the question Q_{X_i}: "Who is associated with the perceived object X_i?", proposition * meaning that X_i has appeared;
- $\Omega_{Y_j} = \{X_1, X_2, \ldots, X_N, ^\star\}$: contains the set of possible answers to the question Q_{Y_j}: "Who is associated with the known object Y_j?", proposition * meaning that Y_j has disappeared or is hidden.

Let us remark that $\Omega_{Y_j} = \Omega_{Y_k}$, for all $j, k \in J$, and $\Omega_{X_i} = \Omega_{X_\ell}$, for all $i, \ell \in I$. Thus, Ω_{X_i} (respectively Ω_{Y_j}) can be denoted Ω_X $\forall i$ (respectively Ω_Y $\forall j$). At last, when there is no ambiguity, the frames elements will be simplified as follows:

- $\Omega_{X_i} = J \cup \{\star\} = \{1, \ldots, M, \star\}$,
- $\Omega_{Y_j} = I \cup \{\star\} = \{1, \ldots, N, \star\}$.

In the domain of intelligent vehicles, sensors or measures generally provide information regarding the association between each perceived object X_i and each known object Y_j [23, 24, 16, 15]. More precisely, initial information is represented by mass functions $m^{\Omega_{i,j}}$ on frames $\Omega_{i,j}$, $i \in I$, $j \in J$:

- the mass allocated to $\{y_{i,j}\}$ expresses information on the fact that X_i is associated with Y_j;
- the mass allocated to $\{n_{i,j}\}$ expresses information on the fact that X_i is not associated with Y_j;
- the mass allocated to $\Omega_{i,j} = \{y_{i,j}, n_{i,j}\}$ expresses the ignorance regarding the association of X_i and Y_j.

The association problem to solve can then be express in the following manner: $N \times M$ mass functions $m^{\Omega_{i,j}}$ being defined regarding the association of each perceived object X_i with each known object Y_j, how these pieces of information can be fused/merged to determine:

- Where do perceived objects X_i come from?
- What are known objects Y_j become?

3.2. Expressing pieces of information in a common frame

To answer these questions, the $N \times M$ mass functions can be combined when expressed on two possible common frames: Ω_X and Ω_Y.

Frames Ω_{X_i} and Ω_{Y_j} being refinements of $\Omega_{i,j}$, each information $m^{\Omega_{i,j}}$ can be expressed either on Ω_{X_i} or on Ω_{Y_j} by a vacuous extension (5):

$$m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{X_i}}(\rho_{i,j}(A)) = m^{\Omega_{i,j}}(A), \quad \forall A \subseteq \Omega_{i,j} \ , \tag{11}$$

where $\rho_{i,j}$ is the refining of $\Omega_{i,j}$ on Ω_{X_i} illustrated in Figure 2, and defined by $\rho_{i,j}(\{y_{i,j}\}) = \{j\}$ and $\rho_{i,j}(\{n_{i,j}\}) = \overline{\{j\}}$.

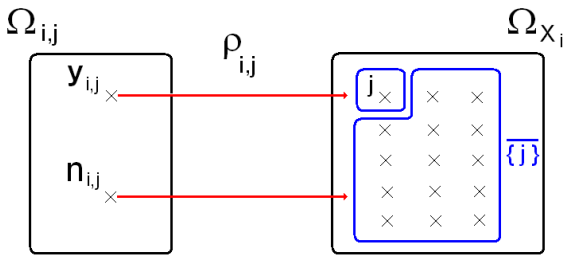

Figure 2: Refining $\rho_{i,j}$ allowing one to transport the information $m^{\Omega_{i,j}}$ on Ω_{X_i}.

Thus, for all $(i,j) \in I \times J$:

$$\begin{cases} m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{X_i}}(\{j\}) & = m^{\Omega_{i,j}}(\{y_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}) & = m^{\Omega_{i,j}}(\{n_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) & = m^{\Omega_{i,j}}(\Omega_{i,j}) \end{cases} \tag{12}$$

In the same manner, mass functions $m^{\Omega_{i,j}}$ can be vacuously extended on Ω_{Y_j} for all $(i,j) \in I \times J$:

$$\begin{cases} m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{Y_j}}(\{i\}) & = m^{\Omega_{i,j}}(\{y_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{Y_j}}(\overline{\{i\}}) & = m^{\Omega_{i,j}}(\{n_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{Y_j}}(\Omega_{Y_j}) & = m^{\Omega_{i,j}}(\Omega_{i,j}) \end{cases} \tag{13}$$

In the following, mass functions $m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{X_i}}$ (respectively $m^{\Omega_{i,j}\uparrow\Omega_{Y_j}}$) are denoted $m_j^{\Omega_{X_i}}$ (respectively $m_i^{\Omega_{Y_j}}$).

3.3. Combining mass functions

At this level:

- for each $i \in I = \{1,\ldots,N\}$, M mass functions $m_j^{\Omega_{X_i}}$ have been created regarding the association of each object X_i toward the Y_j, the focal elements of each one being $\{j\}$, $\overline{\{j\}}$, and Ω_{X_i}.
- for each $j \in J = \{1,\ldots,M\}$, N mass functions $m_i^{\Omega_{Y_j}}$ have been created regarding the association of each object Y_j toward the X_i, the focal elements of each one being $\{i\}$, $\overline{\{i\}}$, et Ω_{Y_j}.

The M mass functions $m_j^{\Omega_{X_i}}$, considered as distinct and reliable, are combined using the conjunctive rule of combination (6).

Let us denote $m^{\Omega_{X_i}}$ the resulting mass function:

$$m^{\Omega_{X_i}} = \textcircled{\cap}_{j\in J}\, m_j^{\Omega_{X_i}} \ . \tag{14}$$

For all $k \in J$:

$$m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) = \sum_{\cap A_j = \{k\}} \prod_{j\in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(A_j) \ , \tag{15}$$

where, for all $j \in J$, $A_j = \{j\}$, $\overline{\{j\}}$, or Ω_{X_i}.

But:

$$\begin{aligned} \cap_{j\in J} A_j = \{k\} \quad &\Leftrightarrow \quad A_k = \{k\} \text{ and } (A_j = \overline{\{j\}} \text{ or} \\ &\qquad A_j = \Omega_{X_i},\ \forall j \in J \setminus \{k\}), \\ &\Leftrightarrow \quad A_k = \{k\} \text{ and} \\ &\qquad A_j \neq \{j\},\ \forall j \in J \setminus \{k\} \ . \end{aligned}$$

Thus, for all $k \in J$:

$$m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) = m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{M} (1 - m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\})) \ . \tag{16}$$

Similarly, for all $K \subseteq J$:

$$\begin{aligned} m^{\Omega_{X_i}}(\overline{K}) &= \sum_{\cap A_j = \overline{K}} \prod_{j\in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(A_j) \ , \\ &= \prod_{j\in K} m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}) \prod_{j\in \overline{K}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) \ . \end{aligned}$$

In particular:

$$\begin{aligned} m^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) &= m^{\Omega_{X_i}}(\overline{J}) = \prod_{j\in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}) \ , \\ m^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) &= m^{\Omega_{X_i}}(\overline{\emptyset}) = \prod_{j\in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) \ . \end{aligned}$$

At last:

$$\begin{aligned} m^{\Omega_{X_i}}(\emptyset) &= \sum_{\cap A_j = \emptyset} \prod_{j\in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(A_j) \ , &(17) \\ &= \sum_{\substack{j,k\in J \\ j\neq k}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\})\, m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\}). &(18) \end{aligned}$$

In the same manner, the N mass functions $m_i^{\Omega_{Y_j}}$ can also be conjunctively combined to result in a mass function $m^{\Omega_{Y_j}}$.

Example 1. *Let us consider one perceived object X_1 and two known objects Y_1 and Y_2 s.t.:*

$$\left\{\begin{array}{ll} m^{\Omega_{1,1}}(\{y_{1,1}\}) & = .2 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) & = .45 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) & = .35 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} m^{\Omega_{1,2}}(\{y_{1,2}\}) & = .45 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) & = .15 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) & = .4 \end{array}\right. \tag{19}$$

By expressing this information on Ω_{X_1} (X_1's point of view: with which known object, the perceived object X_1 is associated? In other words: Where does X_1 come from?), it is obtained:

$$\left\{\begin{array}{ll} m_1^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) & = .2 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) & = .45 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) & = .35 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} m_2^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) & = .45 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) & = .15 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) & = .4 \end{array}\right. \tag{20}$$

The conjunctive combination of $m_1^{\Omega_{X_1}}$ and $m_2^{\Omega_{X_1}}$ provides the following result:

$$\begin{array}{lll} m^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) & = .2 \times (1 - .45) & = .2 \times .55 = .11 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) & = .45 \times (1 - .2) & = .45 \times .8 = .36 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) & = m^{\Omega_{X_1}}(\{2, \star\}) & = .45 \times .4 = .18 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) & = m^{\Omega_{X_1}}(\{1, \star\}) & = .15 \times .35 = .05 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1,2\}}) & = m^{\Omega_{X_1}}(\{\star\}) & = .45 \times .15 = .07 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) & = m^{\Omega_{X_1}}(\{1, 2, \star\}) & = .35 \times .4 = .14 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\emptyset) & = .2 \times .45 & = .09 \ . \end{array} \tag{21}$$

3.4. Decision-making

The pignistic probability $BetP^{\Omega_{X_i}}$ (9) computed from $m^{\Omega_{X_i}}$ is defined for all $\omega \in \Omega_{X_i}$ by:

$$BetP^{\Omega_{X_i}}(\{\omega\}) = \sum_{\{A \subseteq \Omega_{X_i}, \omega \in A\}} \frac{m^{\Omega_{X_i}}(A)}{|A| \ (1 - m^{\Omega_{X_i}}(\emptyset))}. \tag{22}$$

Then, for all $k \in J$:

$$BetP^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) = \mathcal{K}_1 \left[m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{M} (1 - m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\})) \right.$$
$$\left. + \sum_{\substack{k \in \overline{K} \\ K \subseteq J}} \frac{1}{|\overline{K}|} \prod_{j \in K} m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}) \prod_{j \in \overline{K}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) \right] , \quad (23)$$

where

$$\mathcal{K}_1 = \frac{1}{1 - m^{\Omega_{X_i}}(\emptyset)} = \frac{1}{1 - \sum_{\substack{j,k \in J \\ j \neq k}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\}) \, m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\})} . \quad (24)$$

And:

$$BetP^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) =$$
$$\mathcal{K}_1 \sum_{K \subseteq J} \frac{1}{|\overline{K}|} \prod_{j \in K} m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}) \prod_{j \in \overline{K}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) . \quad (25)$$

Once the pignistic probabilities $BetP^{\Omega_{X_i}}$ computed for each $i \in I$, the chosen decision is the one that maximizes the pignistic probability associated to the joint law $BetP^{\Omega_{X_1} \times \ldots \times \Omega_{X_N}}$ which verifies the constraints expressed in Section 3.1.

This decision-making process is summed up by the following algorithm 1.

Similarly, an equivalently justified solution consists in computing the decision from the Y_j points of view, by maximizing the pignistic probability $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \ldots \times \Omega_{Y_M}}$.

Example 2 (Example 1 continued). *Let us consider again one perceived object X_1 and two known objects Y_1 and Y_2 with the information represented by the BBAs $m^{\Omega_{1,1}}$ and $m^{\Omega_{1,2}}$ defined by Equation 19.*

From X_1's point of view, the conjunctive combination of $m_1^{\Omega_{X_1}}$ and $m_2^{\Omega_{X_1}}$ has been detailed in Example 1. The pignistic probability $BetP^{\Omega_{X_1}}$ regarding the association of X_1 is then given by:

A	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{\star\}$	$\{1,\star\}$	$\{2,\star\}$	$\{1,2,\star\}$
$m^{\Omega_{X_1}}(A)$	.09	.11	.36	.07	.05	.18	.14
$BetP^{\Omega_{X_1}}(A)$		.20	.55	.25	.45	.80	1

Conclusion from X_1's point of view:

Algorithm 1: Decision-making process regarding the perceived objects X_i

Data: $BetP^{\Omega_{X_i}}$, $i \in I = \{1, \ldots, N\}$, pignistic probabilities of each perceived object X_i.

Result: The decision maximizing $BetP^{\Omega_{X_1} \times \ldots \times \Omega_{X_N}}$ and verifying the association constraints.

begin

- Consider the $(M+1)^N$ possible associations
- Delete from this set the associations which do not verify the association constraints expressed in Section 3.1
- Compute the products of the pignistic probabilities over these sets
- Select the association maximizing the products

end

1. *The singleton maximizing* $BetP^{\Omega_{X_1}}$ *is* $\{2\}$*, so* X_1 *is associated with* Y_2*;*
2. *knowing that* Y_1 *is not associated,* Y_1 *has disappeared (or is hidden).*

On the other hand, it is also possible to express the available information on Ω_{Y_1} *and* Ω_{Y_2}*:*

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_1}}(\{1\}) &= .2 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{1\}}) &= .45 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) &= .35 \end{cases} \quad \begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_2}}(\{1\}) &= .45 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{1\}}) &= .15 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) &= .4 \end{cases}$$

As there is only one perceived object X_1*, no combination is necessary:*

A	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{\star\}$	$\{1, \star\}$
$m^{\Omega_{Y_1}}(A)$		.2	.45	.35
$BetP^{\Omega_{Y_1}}(A)$		.375	.625	1
$m^{\Omega_{Y_2}}(A)$		.45	.15	.4
$BetP^{\Omega_{Y_2}}(A)$		.65	.35	1

From the association constraints (Section 3.1), the known objects (Y_1, Y_2) *can be associated to* $(1, \star)$*,* $(\star, 1)$*, or* $(\star, \star)$*.*

And, as:

- $BetP^{\Omega_{Y_1}\times\Omega_{Y_2}}(\{1,\star\}) = .375 \times .35 = .131$;
- $BetP^{\Omega_{Y_1}\times\Omega_{Y_2}}(\{\star,1\}) = .625 \times .65 = .406$;
- $BetP^{\Omega_{Y_1}\times\Omega_{Y_2}}(\{\star,\star\}) = .625 \times .35 = .219$,

then $BetP^{\Omega_{Y_1}\times\Omega_{Y_2}}$ *reaches its valid maximum at* $\{\star,1\}$*, so* (Y_1,Y_2) *is associated with* $(\star,1)$*; in other words,* Y_1 *has disappeared and* Y_2 *is associated with* X_1*.*

In the previous example, the decision coming from X_1 and the decision coming from the Y_j are the same.

Unfortunately, as illustrated by the following Example 3, the decision providing by the criteria of maximizing the joint pignistic probability can be different depending on which point of view (perceived objects X_i or known objects Y_j) it is computed.

Example 3. *Let us considered one perceived object* X_1*, and two known objects* Y_1 *and* Y_2*, s.t.:*

$$\left\{\begin{array}{ll} m^{\Omega_{1,1}}(\{y_{1,1}\}) & = .5 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) & = 0 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) & = .5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} m^{\Omega_{1,2}}(\{y_{1,2}\}) & = .7 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) & = .3 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) & = 0\ . \end{array}\right.$$

By expressing the beliefs on the frames Ω_{X_i}*:*

$$\left\{\begin{array}{ll} m_1^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) & = .5 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) & = 0 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) & = .5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} m_2^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) & = .7 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) & = .3 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) & = 0\ , \end{array}\right.$$

the following results are obtained:

A	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{\star\}$	$\{1,\star\}$	$\{2,\star\}$	$\{1,2,\star\}$
$m^{\Omega_{X_1}}(A)$	.35	.15	.35	0	.15	0	0
$BetP^{\Omega_{X_1}}(A)$		.35	.54	.11	.46	.65	1

Then, regarding object X_1*:*

- X_1 *is associated with* Y_2*,*
- Y_1 *has disappeared.*

From Y_1's and Y_2's points of view:

$$\left\{\begin{array}{ll} m_1^{\Omega_{Y_1}}(\{1\}) & = .5 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{1\}}) & = 0 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) & = .5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} m_1^{\Omega_{Y_2}}(\{1\}) & = .7 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{1\}}) & = .3 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) & = 0\ . \end{array}\right. \tag{26}$$

So:

A	$\{1\}$	$\{\star\}$
$BetP^{\Omega_{Y_1}}$	.75	.25
$BetP^{\Omega_{Y_2}}$	.70	.30

(27)

As $.75 \times .3 > .7 \times .25$, $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}$ reaches its valid maximum at $\{1, \star\}$, which implies that:

- *Y_1 is associated with X_1,*
- *Y_2 has disappeared.*

This decision is then different from the previous one.

Let us also remark that the introduction of a rejection decision, as presented in Section 2.3, can also imply a different decision according to the X_i or Y_j points of view. For instance, by choosing c_0 equal to 0.5 in the Example 2, from X_1 the same decision is made as $BetP^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) \geq 1 - c_0$, however as $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}(\{\star, 1\}) < 1 - c_0$, the decision made according to the Y_j is d_0 (a rejection).

A practical solution consists in choosing a decision by favouring either the perceived objects or the known objects.

However, to relativize this problem, conflicting decisions happen in very few cases in the particular application described in Section 5, less than 1% of the cases in this example.

4. Discussion

4.1. What's new in comparison to Rombaut and Gruyer's approaches?

The approach presented in this article differs mainly from Rombaut and Gruyer's approaches [23, 16] by regarding two points:

1. the combination of BBAs $m_j^{\Omega_{X_i}} = m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{X_i}}$ and $m_i^{\Omega_{Y_j}} = m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{Y_j}}$;
2. the decision-making process.

In both Rombaut's approach [23] and Gruyer's approach [16], BBAs $m_j^{\Omega_{X_i}}$ and $m_i^{\Omega_{Y_j}}$ are not classically conjunctively combined with (14). To simplify the combination and to make it computationally efficient, it is proposed to allocate masses only on singletons and the universe. Thus the following mergers are proposed, $\forall i \in I$:

$$\begin{array}{lcl} m^{\Omega_{X_i}}_{Rombaut}(\{\emptyset\}) & = & m^{\Omega_{X_i}}(\{\emptyset\}) \\ m^{\Omega_{X_i}}_{Rombaut}(\{k\}) & = & m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}), \quad \forall k \in J, \\ m^{\Omega_{X_i}}_{Rombaut}(\{\star\}) & = & m^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) \\ m^{\Omega_{X_i}}_{Rombaut}(\Omega_{X_i}) & = & 1 - m^{\Omega_{X_i}}(\{\emptyset\}) - m^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) \\ & & - \sum\limits_{k \in J} m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}). \end{array} \tag{28}$$

In [16], the authors suggest a decision-making system based on BBAs $m^{\Omega_{X_i}}$ and $m^{\Omega_{Y_j}}$ whose focal elements, thanks to Rombaut's combination, are either a singleton or the universe. In outline:

- An association matrix $N \times M$ is built such that each of its elements (i, j) is equal to the product $m^{\Omega_{X_i}}(\{j\}) \times m^{\Omega_{Y_j}}(\{i\})$. Each row i is then associated with a perceived object X_i, and each column j is associated with a known object Y_j.
- If necessary, fictive objects are added to make the latter matrix squared.
- A coupling algorithm, the Hungarian algorithm, is then applied to this matrix, this latter algorithm providing an optimal decision regarding the sum of the beliefs.
- A final treatment deals with the objects appearance.

Applied to the examples presented in [23] and [16], the model presented in this article and Gruyer's approach lead to the same results.

Example 4 (Rombaut [23]). *Let us consider two perceived objects X_i and two known objects Y_j, s.t.:*

$$\begin{array}{llll} \left\{ \begin{array}{ll} m^{\Omega_{1,1}}(\{y_{1,1}\}) & = 0.8 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) & = 0.1 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) & = 0.1 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{ll} m^{\Omega_{1,2}}(\{y_{1,2}\}) & = 0.7 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) & = 0.2 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) & = 0.1 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{ll} m^{\Omega_{2,1}}(\{y_{2,1}\}) & = 0.8 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\{n_{2,1}\}) & = 0.1 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\Omega_{1,1}) & = 0.1 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{ll} m^{\Omega_{2,2}}(\{y_{2,2}\}) & = 0.6 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\{n_{2,2}\}) & = 0.3 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\Omega_{2,2}) & = 0.1 \end{array} \right. \end{array} \tag{29}$$

By expressing these beliefs over Ω_{X_1} and Ω_{X_2}, it is obtained:

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) = 0.8 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) = 0.1 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.1 \end{cases} \begin{cases} m_2^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) = 0.7 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) = 0.2 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.1 \end{cases} \begin{cases} m_1^{\Omega_{X_2}}(\{1\}) = 0.8 \\ m_1^{\Omega_{X_2}}(\overline{\{1\}}) = 0.1 \\ m_1^{\Omega_{X_2}}(\Omega_{X_2}) = 0.1 \end{cases} \begin{cases} m_2^{\Omega_{X_2}}(\{2\}) = 0.6 \\ m_2^{\Omega_{X_2}}(\overline{\{2\}}) = 0.3 \\ m_2^{\Omega_{X_2}}(\Omega_{X_2}) = 0.1 \end{cases}$$

Pignistic probabilities are then defined by:

A	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{\star\}$
$BetP^{\Omega_{X_1}}$	0.57	0.34	0.09
$BetP^{\Omega_{X_2}}$	0.65	0.25	0.10

(30)

Thus $BetP^{\Omega_{X_1}\times\Omega_{X_2}}$ reaches its valid maximum at $\{2,1\}$, and regarding the X_i:

1. *X_1 is associated with Y_2;*
2. *$X_2$is associated with Y_1;*

By expressing the beliefs regarding objects Y_j, we have:

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_1}}(\{1\}) = 0.8 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{1\}}) = 0.1 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) = 0.1 \end{cases} \begin{cases} m_2^{\Omega_{Y_1}}(\{2\}) = 0.8 \\ m_2^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{2\}}) = 0.1 \\ m_2^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) = 0.1 \end{cases} \begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_2}}(\{1\}) = 0.7 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{1\}}) = 0.2 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) = 0.1 \end{cases} \begin{cases} m_2^{\Omega_{Y_2}}(\{2\}) = 0.6 \\ m_2^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{2\}}) = 0.3 \\ m_2^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) = 0.1 \end{cases}$$

Then:

A	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{\star\}$
$BetP^{\Omega_{Y_1}}$	0.47	0.47	0.06
$BetP^{\Omega_{Y_2}}$	0.52	0.33	0.15

(31)

Conclusion from Y_1's and Y_2's point of view:

1. *$BetP^{\Omega_{X_1}\times\Omega_{X_2}}$'s maximum for a valid association is obtained in $\{2,1\}$, then Y_1 is associated with X_2, and Y_2 is associated with X_1.*

Example 5 (Gruyer [16]). *In this example, three perceived objects (X_i)*

and four objects (Y_j) are considered such that:

$$\begin{cases} m^{\Omega_{1,1}}(\{y_{1,1}\}) = 0.80 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.20 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{1,2}}(\{y_{1,2}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) = 0.01 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{1,3}}(\{y_{1,3}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,3}}(\{n_{1,3}\}) = 0.97 \\ m^{\Omega_{1,3}}(\Omega_{1,3}) = 0.03 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{1,4}}(\{y_{1,4}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,4}}(\{n_{1,4}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{1,4}}(\Omega_{1,4}) = 0.01 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^{\Omega_{2,1}}(\{y_{2,1}\}) = 0.57 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\{n_{2,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\Omega_{2,1}) = 0.43 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{2,2}}(\{y_{2,2}\}) = 0.57 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\{n_{2,2}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\Omega_{2,2}) = 0.43 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{2,3}}(\{y_{2,3}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,3}}(\{n_{2,3}\}) = 0.52 \\ m^{\Omega_{2,3}}(\Omega_{2,3}) = 0.48 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{2,4}}(\{y_{2,4}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,4}}(\{n_{2,4}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{2,4}}(\Omega_{2,4}) = 0.01 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^{\Omega_{3,1}}(\{y_{3,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,1}}(\{n_{3,1}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{3,1}}(\Omega_{3,1}) = 0.01 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{3,2}}(\{y_{3,2}\}) = 0.61 \\ m^{\Omega_{3,2}}(\{n_{3,2}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,2}}(\Omega_{3,2}) = 0.39 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{3,3}}(\{y_{3,3}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,3}}(\{n_{3,3}\}) = 0.52 \\ m^{\Omega_{3,3}}(\Omega_{3,3}) = 0.48 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{3,4}}(\{y_{3,4}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,4}}(\{n_{3,4}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{3,4}}(\Omega_{3,4}) = 0.01 \end{cases}$$

Pignistic probabilities regarding objects X_i are given by:

A	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{4\}$	$\{\star\}$
$BetP^{\Omega_{X_1}}$	0.90	0.00	0.00	0.00	0.10
$BetP^{\Omega_{X_2}}$	0.44	0.44	0.03	0.00	0.08
$BetP^{\Omega_{X_3}}$	0.00	0.77	0.06	0.00	0.16

(32)

The association result can be obtained from Algorithm 1. However, when numerous probabilities are equal to zero, the following Algorithm 2 can be employed.

The use of Algorithm 2 on this example is illustrated in Figure 3.

$BetP^{\Omega_{X_1}\times\Omega_{X_2}\times\Omega_{X_3}}$ reaches its maximum $.9\times.08\times.77$ at $\{1,\star,2\}$. Thus:

1. *X_1 is associated with Y_1;*
2. *X_2 has appeared;*
3. *X_3 is associated with Y_2;*
4. *then Y_3 and Y_4 have disappeared.*

On the other side, by considering Y_js' points of view:

A	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{\star\}$
$BetP^{\Omega_{Y_1}}$	0.69	0.26	0.00	0.05
$BetP^{\Omega_{Y_2}}$	0.00	0.42	0.49	0.09
$BetP^{\Omega_{Y_3}}$	0.01	0.20	0.20	0.59
$BetP^{\Omega_{Y_4}}$	0.05	0.05	0.05	0.985

(33)

$BetP^{\Omega_{Y_1}\times\Omega_{Y_2}\times\Omega_{Y_3}\times\Omega_{Y_4}}$ reaches its maximum $.69\times.49\times.59\times.985$ at $\{1,3,\star,\star\}$. Then:

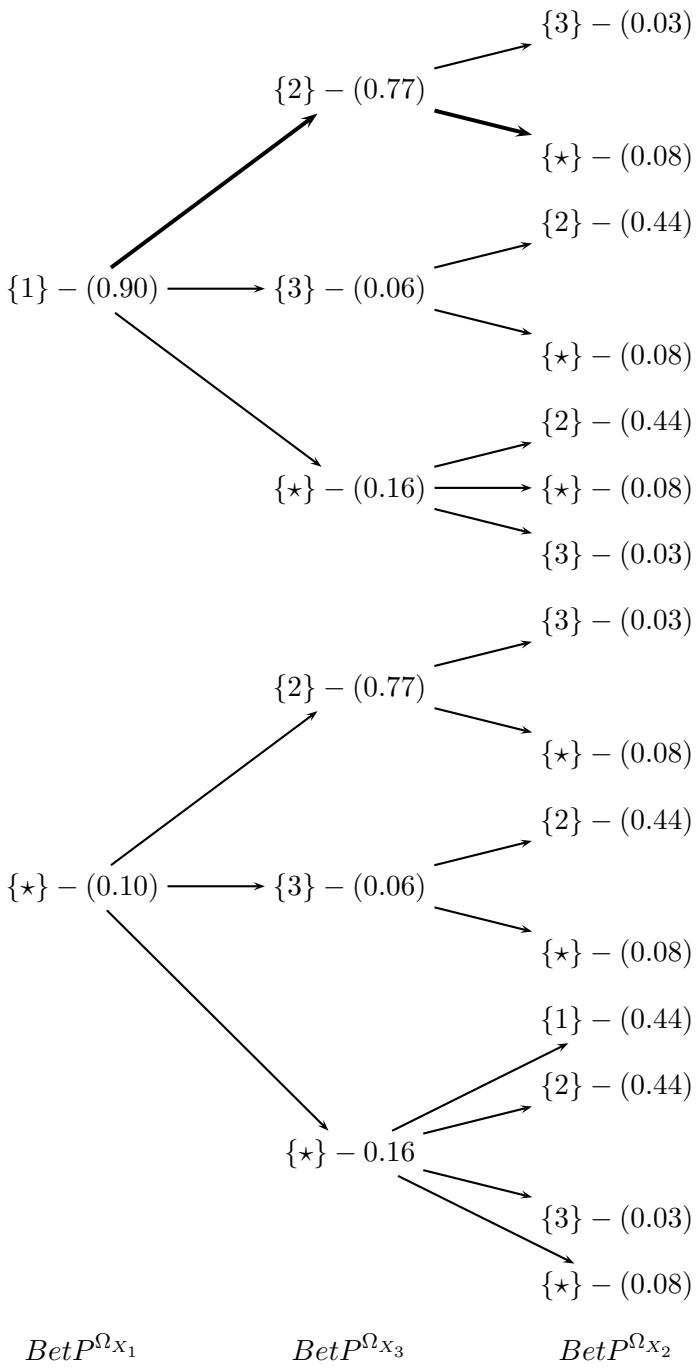

Figure 3: Illustration of the use of Algorithm 2 on Example 5

Algorithm 2: Decision regarding the perceived objects X_i

Data: $BetP^{\Omega_{X_i}}$, $i \in I = \{1, \ldots, N\}$, pignistic probabilities of each perceived object X_i.

Result: The decision maximizing $BetP^{\Omega_{X_1} \times \ldots \times \Omega_{X_N}}$ and verifying the association constraints

begin

- Rank in decreasing order the pignistic probabilities $BetP^{\Omega_{X_i}}$ according to the number of singletons which probabilities are equal to zero.
- Delete each branch which do not correspond to a valid association
- Compute the products of the pignistic probabilities on each branch
- Select the association maximizing the products

end

- Y_1 *is associated with* X_1*;*
- Y_2 *is associated with* X_3*;*
- Y_3 *has disappeared;*
- Y_4 *has disappeared;*
- *and,* X_2 *has appeared.*

In this example, the solution proposed by Gruyer in [16] leads to the same conclusion.

4.2. About Ristic and Smets' approach

The problem tackled by Ristic and Smets in [22] is somewhat different from the association problem described in this article. Ristic and Smets consider a given volume of interest containing an unknown number of objects. While sensors we consider give information regarding the associations of each object detected at a time step t, with previous objects detected at a previous time step $t-1$, Ristic and Smets's sensors provide information regarding the class of each object they have detected in the scene, for instance helicopter, airplane, ... The "association problem" they try to solve consists then in determining the number of objects as well as the class of

each one. Besides, the appearance and disappearance of objects do not take directly part of their problem. The application of Ristic and Smets' works to our problem is consequently not straightforward.

However, some technical points of this model should be taken into account and investigated.

Following [10], the authors remark that the mass given to the empty set, after conjunctively combining two BBAs expressing themselves on the class of two different objects is equal to the belief that these two objects do not belong to the same class, an idea already present in [1] (multi-sensor fusion for submarine detection) and in [25] (intelligence clustering).

At last, the criteria the authors maximize is based on the plausibility of each possible associations. As justified in [28], the pignistic transformation has been chosen to make the decision in this article. A first investigation in the direction of the plausibility consists in using the plausibility-probability transformation [5].

5. Results on real data

In this section, the approach presented in this article (Section 3) is compared to the approach of Rombaut and Gruyer on real data coming from a DV camera placed behind the windshield of a car. This DV camera has a CCD sensor, a 720×576 pixels resolution, an angle ranging from -0.5 to $+0.5$ radians (i.e. approximately $\pm 30°$), and works at 25 images per second ($\Delta_t = .04s$), a filmed image example being presented in Figure 4.

The video sequence allowing one to compare the two approaches includes about 3250 images corresponding to a 130-second playing time. Each images contains 1 to 6 objects. The distribution of the number of objects in each image is illustrated in Figure 5. It can be observed that the sequence to analyse is mainly composed of images with 1 object, 2 objects, 3 objects or more.

During the sequence, 75 distinct objects were manually identified as illustrated in Figure 4 (no automatic treatment of the images), the number of associations to realize being equal to 6800. The ground truth is then

Figure 4: Four vehicles in a selected image in the sequence.

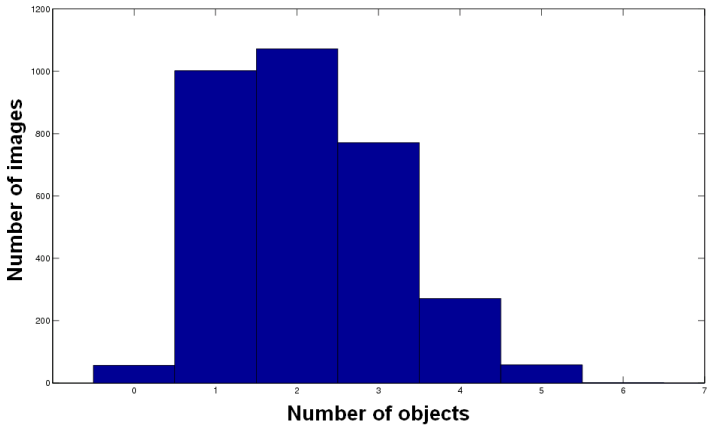

Figure 5: Number of objects in each image during the sequence.

known. It allows us to compute the good recognition rate (GRR) of each approach during this sequence. Formally, this rate is defined as follows:

$$GRR = \frac{\text{Number of correct associations}}{\text{Number of association to realize}}$$

In the same manner, the rejection rate (RR) and the error rate (ER) are defined by:

$$RR = \frac{\text{Number of rejections}}{\text{Number of association to realize}}$$

$$ER = \frac{\text{Number of incorrect associations}}{\text{Number of association to realize}}.$$

The sum of these rates is equal to 1.

Distance and angle criteria allow the creation of two mass functions $m^{\Omega_{i,j}}_{distance}$ and $m^{\Omega_{i,j}}_{angle}$, regarding the association between each perceived object X_i and known object Y_j.

The distance was estimated as a function of the height and the width in pixels of the object observed in the scene thanks to an interpolation method illustrated in Figure 6.

On the other hand, the angle between two objects is computed from the gravity centre of the perceived object in the image (Figure 4).

The measurements provided are very noisy. For instance, there can be a variation of $20m$ for the same object from an image to the next one. Likewise, angle variations can be as high as 100%, from $0.01rd$ to $0.02rd$ for two consecutive measurements of the same object.

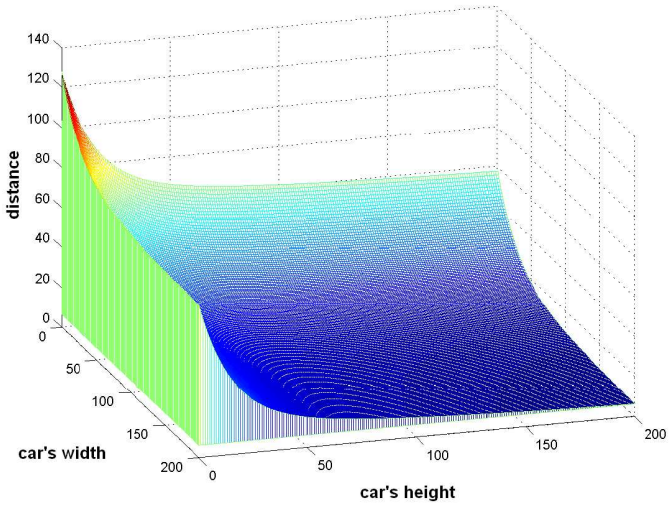

Figure 6: Interpolation function giving the distance in meter depending on the height and the width in pixels of the object in the scene.

In this application, masses are fixed in the following way:

$$\begin{cases} m^{\Omega_{i,j}}(\{y_{i,j}\}) & = \beta\ \phi_{i,j}(e_{i,j}) \\ m^{\Omega_{i,j}}(\{n_{i,j}\}) & = \beta\ (1 - \phi_{i,j}(e_{i,j})) \\ m^{\Omega_{i,j}}(\Omega_{i,j}) & = 1 - \beta \end{cases} \tag{34}$$

where:

- $0 < \beta < 1$ is a constant representing the degree of reliability of the source of information (cf the discounting operation [26, page 252], see [18, 21] for other correction mechanisms).
- $\phi_{i,j}(.)$ is a monotone decreasing function s.t. $\phi_i(0) = 1$ and $\lim_{e\to\infty} \phi_i(e) = 0$;
- $e_{i,j}$ is the dissimilarity measure between the perceived object X_i and the known object Y_j, which means the difference of distance and the difference of angle in this application.

The function $\phi_{i,j}$ is chosen as follows [8]:

$$\phi_{i,j}(e_{i,j}) = exp^{(-(e_{i,j})^2)}. \tag{35}$$

Constant β being fixed at 0.9, these two mass functions are combined thanks to the Dempster's rule of combination to obtain a mass function $m^{\Omega_{i,j}}$:

$$m^{\Omega_{i,j}} = m^{\Omega_{i,j}}_{distance} \oplus m^{\Omega_{i,j}}_{angle} \quad \forall i \in I, \forall j \in J\ . \tag{36}$$

The association model presented in Section 3 only need one BBA expressing the information regarding the association between object X_i and object Y_j. In this application, we are lucky enough to have two information sources. Thus these two pieces of information are firstly combined using a well justified rule for the combination of two distinct sources. The choice to combine theses sources at this step, and the choice of the rule have been left for further study.

In Figure 7, the good recognition rate of the two approaches presented in this article obtained in this video sequence is represented as a function of the rejection cost (Section 2.3). It can be observed that as soon as the rejection cost becomes greater than 0, the good recognition rates obtained with the conjunctive combination are greater than those obtained with Rombaut's combination, which is recalled to be also used in Gruyer's approach.

Let us note that the decisions have been computed on the basis of the perceived objects. As mentioned in Section 3.4, these decisions are not necessary identical with those computed from the known objects point of view. However, as illustrated in Figure 8, this conflicting decision rate remains very low in this application (from 0% to less than 1% depending on the rejection cost). Let us also recall that, as illustrated at the end of Example 2, the introduction of a rejection cost enhances the appearance of conflicting decisions.

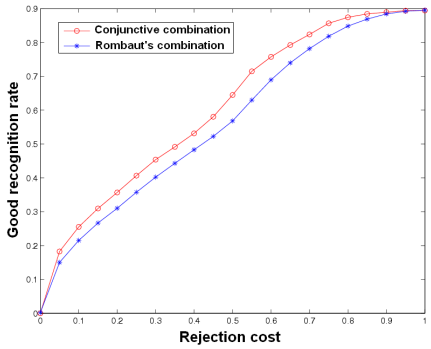

Figure 7: Good recognition rate in function of the rejection cost.

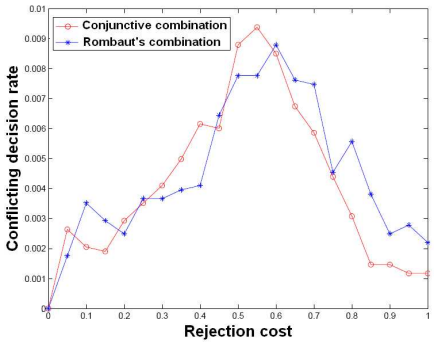

Figure 8: Conflicting decision rate in function of the rejection cost.

6. Conclusion and prospects

In this article, a modelling of the association problem in the belief function framework has been presented. It has been shown in particular, how tools from the theory of belief functions such as the vacuous extension, the

conjunctive combination rule and the pignistic transformation can be applied. Validated on real data, this approach can perform better good recognition rates than Rombaut's initial approach as soon as a rejection cost is introduced.

Concerning the prospects, even if it concerns a reduce number of cases, the resolution of the possible conflicting decisions between perceived and known objects have to be deeper investigated, even if it seems an integral part of this problem.

The decomposition of the BBAs [11] expressing the beliefs regarding the associations between known objects and perceived objects could also be studied in order to use a more adapted rule.

Subsequently, this approach should be enhanced by introducing information coming from the tracking of vehicles at time steps preceding the current analysis.

Acknowledgements

These works have been financed by the French region Nord-Pas de Calais under the project CISIT (Campus International pour la Sécurité et l'Intermodalité des Transports).

References

[1] A. Ayoun and Ph. Smets. Data association in multi-target detection using the transferable belief model. *International Journal of Intelligent Systems*, 16(10):1167–1182, 2001.

[2] Y. Bar-Shalom. *Multitarget/Multisensor Tracking: Applications and Advances vol III*, Artech House, 2000.

[3] S. Blackman and R. Popoli. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*, Artech House, 1999.

[4] I. Bloch. Fusion of Information under Imprecision and Uncertainty, Numerical Methods, and Image Information Fusion. *Multisensor Data Fusion*, A.K. Hyder et al (Eds.), pp. 267–294, 2002.

[5] B.R. Cobb, P.P. Shenoy. On the plausibility transformation method for translating belief function models to probability models. *International Journal of Approximate Reasoning*, 41(3):314–330, 2006.

[6] M.H. DeGroot. *Optimal Statistical Decisions*. McGraw-Hill, New York, 1970.

[7] A. Dempster. A generalization of Bayesian inference. *Journal of Royal Statistical Society*, B 30:205-247, 1968.

[8] T. Denœux. A k-nearest neighbour classification rule based on Dempster-Shafer theory. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 25(5):804-813, 1995.

[9] T. Denœux. Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification. *Pattern Recognition*, 30(7):1095–1107, 1997.

[10] T. Denoeux and M. Masson. EVCLUS: Evidential Clustering of Proximity Data. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics B*, 34(1):95–109, 2004.

[11] T. Denœux. Conjunctive and Disjunctive Combination of Belief Functions Induced by Non Distinct Bodies of Evidence. *Artificial Intelligence*, 172:234-264, 2008.

[12] T. Denœux. Extending stochastic ordering to belief functions on the real line. *Information Sciences*, 179(9):1362–1376, 2009.

[13] D. Dubois and R.R. Yager. Fuzzy set connectives as combinations of belief structures. *Information Sciences*, 66(3):245–276, 1992.

[14] D. Dubois, H. Prade, and Ph. Smets. Representing partial ignorance. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 26(3):361–377, 1996.

[15] M. El Najjar and P. Bonnifait. A road-matching method for precise vehicle localization using belief theory and Kalman filtering. *Autonomous Robots*, 19(2):173-191, 2005.

[16] D. Gruyer, C. Royère, R. Labayrade and D. Aubert. Credibilistic multi sensor fusion for real time application, application to obstacle detection and tracking. *IEEE Int. Conf. on Advanced Robotics, ICAR'2003*, paper P366, 2003.

[17] Y. Lemeret, E. Lefevre and D. Jolly. Improvement of an association algorithm for obstacle tracking. *Information Fusion*, 9(2):234-245, 2008.

[18] D. Mercier, B. Quost and T. Denœux. Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextual discounting. *Information Fusion*, 9(2):246–258, 2008.

[19] D. Mercier, É. Lefèvre and D. Jolly. Object association in the TBM framework, application to vehicle driving aid. In the *6th International Symposium on Imprecise Probability: Theories and Applications, ISIPTA 2009*, Durham, United Kingdom, July 14-18, 2009.

[20] D. Mercier, G. Cron, T. Denoeux and M.-H. Masson. Decision fusion for postal address recognition using belief functions. *Expert Systems with Applications*, 36(3):5643-5653, 2009.

[21] D. Mercier, T. Denœux and M.-H. Masson. Belief function correction mechanisms. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, B. Bouchon-Meunier et al. (Eds.), Vol. 249, pp. 203-222, January 2010.

[22] B. Ristic and Ph. Smets. Global cost of assignment in the TBM framework for association of uncertain ID reports. *Aerospace Science and Technology*, 11(4):303–309, 2007.

[23] M. Rombaut. Decision in multi-obstacle matching process using the theory of belief. *Advances in Vehicle Control and Safety, AVCS98*, pp. 63-68, 1998.

[24] M. Rombaut and V. Cherfaoui. Decision making in data fusion using Dempster-Shafer's theory. *Symposium on Intelligent Components and Instrumentation for Control Applications*, 1997.

[25] J. Schubert. Managing inconsistent intelligence. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Information Fusion, FUSION'2000*, pp. TuB4/10–16, Paris, France, 2000.

[26] G. Shafer. *A Mathematical Theory Of Evidence*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1976.

[27] Ph. Smets. Belief functions: the disjunctive rule of combination and the generalized bayesian theorem. *International Journal of Approximate Reasoning*, 9:1–35, 1993.

[28] Ph. Smets. Decision making in the TBM: the necessity of the pignistic transformation. *International Journal of Approximate Reasoning*, 38(2):133–147, 2005.

[29] Ph. Smets and R. Kennes. The transferable belief model. *Artificial Intelligence*, 66:191–243, 1994.

[30] Y.M. Wang and J.B. Yang and D.L. Xu and K.S. Chin. On the combination and normalization of interval-valued belief structures. *Information Sciences*, 177(5):1230-1247, 2007.

[31] W.Z. Wu. Attribute reduction based on evidence theory in incomplete decision systems. *Information Sciences*, 178(5):1355-1371, 2008.

A.3.2 IV'2011

M. Bou Farah, D. Mercier, **E. Lefevre**, F. Delmotte, "Towards a robust exchange of imperfect information in Inter-vehicle ad-hoc networks using belief functions", *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, IV'2011, pp. 436-441, 2011.

Cet article propose une approche sur l'échange de messages dans le cadre de la communication inter-véhicules (V2V).

Towards a Robust Exchange of Imperfect Information in Inter-Vehicle Ad-Hoc Networks using Belief Functions

Mira Bou Farah*, David Mercier**, Éric Lefèvre** and François Delmotte**

Abstract— **This paper introduces a system for exchanging and managing imperfect information about events in vehicular networks (VANET). Using belief functions, this model is developed through an application using smartphones.**

I. INTRODUCTION

In a world where vehicles are getting more and more predominant, safety issues are a major concern for public authorities and manufacturers. On the other hand, the integration of technology within the vehicles is skyrocketing. From break assistance to traffic information, the inter-vehicle communication becomes affordable.

The ad-hoc networks are able to get organized without infrastructure. Instead of communicating via a central access point, the ad-hoc networks are formed of wireless nodes communicating to exchange information. In mobility context, the ad-hoc networks are called Mobile Ad-Hoc Networks (MANET) [4]. Introduced by Hong [13] and Royer [19], a comparison between different algorithms is presented by Boukerche [1].

Vehicular Ad-Hoc Networks (VANET) are branch of MANET applied to Inter-Vehicle Communication (IVC) where nodes are highly dynamic. Two modes of communication are known in IVC: Vehicle to Infrastructure (V2I) and Vehicle to Vehicle (V2V). The present work concerns V2V communication where information are decentralized and vehicles build their own information assembly.

Many projects have been developed to make inter-vehicle communication theory possible in real life. In relation to network protocols, FleetNet (2000-2003) [11], [12] and CarTalk (2001-2004) [16], [18] projects use geographical positions for inter-vehicle communication, CarTalk project using no existing infrastructure. Focusing on data dissemination, TrafficView [17] is a road data dissemination system using V2V communication. It allows continuous exchange between vehicles of position and speed information, to inform drivers about road situation (traffic, weather, quickest way, ...). Concerning data management, Mobi-Dik [27], [28] project has the objective to build a low-bandwidth MANET database which self-manages. It consists on sort resources, choose and store only the most relevant information, and reduce propagation of information to a limited spatial zone and limited time interval.

In inter-vehicle networks, VESPA (Vehicular Event Sharing with a mobile P2P Architecture) [2], [5], [6] is a system that allows vehicles to share different types of information such as accidents or emergency brakings. It also guides in particular drivers to find a parking place or to get traffic information.

Drivers are usually unsure of the information they are communicating, in this case they either do not send the event or decide to send it in spite of its uncertainty. Besides, drivers can receive certain and uncertain pieces of information and treat them in the same way. To allow drivers to deal with imperfect information about events, a system using belief functions is presented in this paper.

Introduced by Dempster [8] and Shafer [21], belief functions constitute a rich and flexible framework to deal with uncertain and imprecise information. They have been already used in many domains [20] including real-life applications, for instance to identify automatically postal addresses [14] or to evaluate risk in water treatment [7].

In [3], Cherfaoui et al. have already introduced belief functions to manage uncertainties in vehicular networks but their work is limited to simulations. The model proposed in this paper is different and has been implemented and tested using Hong-Ta Corporation (HTC) smartphones. It mainly differs by the fact that vehicles are considered as being only equipped with communication systems, there are no common road maps shared by vehicles. In particular, unlike Cherfaoui's model, the proposed model allows events of the same type to be present on the same road segment, for instance: different accidents, different parking space, ... This choice implies the necessity to assure a procedure to determine identical events. Another different consideration lies in the choice of the events dissemination strategy. In the present application, each vehicle sends new events or repeats received one. A choice has been undertaken to keep combinations of messages in each vehicle and to not diffuse it, each driver making its own overview of the situation, the environment being not overloaded with partial fused messages.

This paper is organized as follows. Needed basic concepts on belief functions are recalled in Section II. A system for exchanging and managing imperfect information about events is introduced in Section III. An application using smartphones is then presented in Section IV. Finally, Section V concludes this paper.

II. BELIEF FUNCTIONS: BASIC CONCEPTS

In this paper, belief functions are handled with Smets' semantic approach: the Transferable Belief Model (TBM)

Authors are with the University of Lille North of France, UArtois, LGI2A, France
*mira_boufarah@ens.univ-artois.fr
**firstname.surname@univ-artois.fr

[22], [24], where belief functions are interpreted as weighted opinions with no underlying probabilistic measure.

Two levels are distinguished in the TBM:

- the credal level, where available pieces of information are represented by belief functions, and manipulated;
- the pignistic or decision level, where belief functions are transformed into probability measures when a decision has to be made, and the expected utility is maximized.

A. Representing Information

Let us consider $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_k\}$, called *frame of discernment*, a finite set of possible answers to a given question of interest.

The knowledge regarding the answer to the question can be quantified by a basic belief assignment (BBA), also called a mass function, denoted m and verifying:

$$\begin{array}{rccc} m & : & 2^\Omega & \rightarrow & [0,1] \\ & & A & \mapsto & m(A)\ , \end{array} \tag{1}$$

where 2^Ω is the set of all possible subsets of Ω, and such that the sum of the masses is equal to 1:

$$\sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1\ . \tag{2}$$

The quantity $m(A)$ represents the part of the belief allocated to the fact that the true answer to the question of interest belongs to A, in particular $m(\Omega)$ represents the degree of ignorance of the source which has provided information m.

Let us note that the mass on the empty set may be strictly positive. It represents a conflict, an alarm. Discussions on this point can be found in [26] and [15, Section 5].

Each subset A of Ω such that $m(A) > 0$ is called a *focal element* of m.

B. Manipulating Information

1) Discounting: When receiving information, represented by a mass function m, it is always possible to have some doubt regarding the reliability of the source which has provided this BBA. Such a metaknowledge can be taken into account by using the discounting operation [21, page 252] defined by:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} {}^\alpha m(A) & = & (1-\alpha)m(A), \quad \forall A \subset \Omega, \\ {}^\alpha m(\Omega) & = & (1-\alpha)m(\Omega) + \alpha\ , \end{array} \right. \tag{3}$$

where $\alpha \in [0,1]$ is called the discount rate; coefficient $\beta = (1-\alpha)$ represents the degree of reliability regarding the information provided.

2) Conjunctive rule of combination: Two mass functions m_1 and m_2 obtained from distinct and reliable sources, can be combined using the conjunctive rule of combination noted $\textcircled{\cap}$ and defined by:

$$\begin{aligned} m_1 \textcircled{\cap} m_2(A) &= m_{1\textcircled{\cap}2}(A) \\ &= \sum_{B \cap C = A} m_1(B) \cdot m_2(C)\ ,\ \forall A \subseteq \Omega\ . \end{aligned} \tag{4}$$

With this combination, masses are transferred to focal elements intersections.

C. Making a decision

At this level, the mass function m defined on Ω which represents the available information regarding the answer to the question of interest (and resulting in practice from a fusion process) has then to be transformed into a probability measure. A solution [9] consists in computing the *pignistic probability* [25] defined by:

$$BetP^\Omega(\{\omega\}) = \sum_{\{A \subseteq \Omega, \omega \in A\}} \frac{m(A)}{|A|\ (1 - m(\emptyset))}, \quad \forall \omega \in \Omega. \tag{5}$$

III. A System For Exchanging and Managing Imperfect Information about Events

When vehicles detect an event on the road, the method proposed in this paper allows them to disseminate it with a certain confidence degree.

Different types of events can be considered such as accident, parking place, traffic-jam, fog blanket, animals on the road, accident, working area, dangerous vehicle, etc.

Vehicles are assumed equipped with Global Positioning System (GPS). Location and date of events are generated automatically once a driver source decides to broadcast a perceived event.

A. Exchanged Messages Representation

Vehicles exchange messages about events which can occurred on the road, each message giving information regarding one event.

A message M is represented as a 5-tuple (S, t, d, ℓ, m) described in Table I.

TABLE I
Message Attributes

Attribute	Description
S	Source which has perceived the event
t	Type of the event
d	Date and Time when S has detected the event
ℓ	Location where S has detected the event
m	Mass function representing the confidence of S regarding the fact that the event is present

Consequently:

- $M.S$ designates the source of information S which have perceived the event. It is not necessarily the source which have transferred the message M.
- $M.t$ indicates the type t of the event reported by message M.
- $M.d$ points out the date d when S has detected the event. It is generally not the date at which message M has been received.
- $M.\ell$ indicates the location l of the event reported by message M.
- At last, $M.m$ denotes mass function m, held by vehicle source S, which is defined on the frame of discernment $\Omega = \{ev, \neg ev\}$ where:

– ev stands for "the event, which is of type t, is present at time d at location ℓ."
– and $\neg ev$ means "the event, which is of type t, is not present at time d at location ℓ."

B. Sending messages

As illustrated in Fig. 1, each vehicle V sends two kinds of message:

- new messages, the source of which being vehicle V. New messages are generated by the driver;
- and existing messages repeated by vehicle V; the source of these messages being vehicle V or another vehicle. Repeated messages are automatically broadcast without the intervention of the driver.

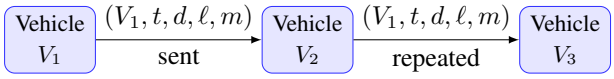

Fig. 1. Vehicle V_1 sending a new message repeated by vehicle V_2. Vehicles being on the move, vehicle V_1 may also receives the repeated message which is broadcast.

C. Determining an update

New messages concern either a new event, or an update of an event previously reported.

To determine updated messages, Algorithm 1 is used. Updates correspond to messages where the same source has broadcast the same event many times with only a different confidence, which means a different mass function m.

Algorithm 1 Determining an update

Require: Two messages $M_1 = (S_1, t_1, d_1, \ell_1, m_1)$ and $M_2 = (S_2, t_2, d_2, \ell_2, m_2)$. A distance Δ. A constant ϵ_t depending on the type t of event.
Ensure: True if M_1 refers to an update of message M_2, False otherwise.
begin
if $S_1 = S_2$ and $t_1 = t_2$ and $\Delta(\ell_1, \ell_2) < \epsilon_{t_1}$ and $d_1 > d_2$ **then**
{The message M_1 is an update of M_2.}
Return True
else
Return False
end if
end

Vehicle takes into consideration only the newest version of received messages as exposed in the next section.

D. Grouping Messages associated with the Same Event

All messages received by a vehicle are stored in tables according to the event they concern.

Let us note M_i^j, each message M_i on event j. Table on event j is then noted M^j and contains messages M_i^j.

The proposed procedure to manage new received messages is defined by Algorithm 2. This procedure can be sum up in the following manner:

- First, it is checked if the received message is a new message or an update of a stored message;
- If not, the received message is introduced in the table of an event j such that it has the nearest particularities regarding the type, date and location (same type, close location, close date). Let us note that each table M^j concerns messages M_i^j of the same type t and corresponding to the same event j.
- If no stored message looks like the message received, a new table is created.

Algorithm 2 New Message Management

Require: A received message $M = (S, t, d, \ell, m)$.
Require: **(internal system)** Distances Δ, Δ'. Constants λ_t, λ'_t depending on the type t of event. A threshold ϵ_t also depending on the type t of event. Messages M_i^j.
Ensure: Treatment of M: either it is not considered, it replaces another message or it is inserted in an existing or a new event table M^j.
begin
if M is already present in one of the tables M^j **then**
Do not consider M.
else if M is an update of a message M_i^j **then**
Replace M_i^j by M.
else
{Even if M is not found in any event table M^j, it can concern an event j already created. To verify this: find M_i^j having the same type of M and being the closest to location and date of M. If the distance d_i^j is sufficiently low, M corresponds to the event M^j.}
$d_i^j \leftarrow min_{M^j.t=t}(\lambda_t \cdot \Delta(d, M_i^j.d) + \lambda'_t \cdot \Delta'(\ell, M_i^j.\ell))$
if $d_i^j < \epsilon_t$ **then**
Insert M in table M^j.
else
{A new event has been detected.}
Create a new table $M^{j'}$ containing M.
end if
end if
end

E. Deleting Useless Messages

With the time, all messages stored in tables are not necessarily useful: some of them become obsolete, others situated too far from the driver are no more useful for him/her.

Then, in parallel with the new messages treatment, a procedure allows the system to take into account the utility to keep messages.

This procedure consists in deleting too old messages and events located too far from the vehicle. Formally, it suppresses all messages M_i^j such that:

$$\lambda_{M_i^j.t} \cdot \Delta(d, M_i^j.d) + \lambda'_{M_i^j.t} \cdot \Delta'(\ell, M_i^j.\ell) > \gamma_t \quad (6)$$

where d is the current date, ℓ is the current location of the vehicle, Δ and Δ' are distances, and λ_t, λ'_t and γ_t are constants depending on the type t of the event.

F. Data Fusion: giving an overview of the situation to the driver

With the use of belief functions, an overview of the situation regarding each event can be given to the driver such that each event is associated with a degree of confidence.

The degree of confidence on each event j is obtained from each message present in table M^j, more precisely, from each mass function of each message M_i^j, mass functions of each message M_i^j being combined in the following manner.

- First, each mass function $M_i^j.m$ is discounted with a discount rate $\alpha_i = \lambda_{M_i^j.t} \cdot \Delta(d, M_i^j.d)$ to take into account the ageing of the message. The older the message is, the more discounted it is. Let us recall that too old messages have been already discarded by the process exposed in Section III-E.
- Then, for each event j, discounted mass functions ${}^{\alpha_i}M_i^j.m$ are conjunctively combined using (4).
- At last, pignistic probabilities (5) regarding each event presence are given.

An overview of the whole proposed system is given in Fig. 2.

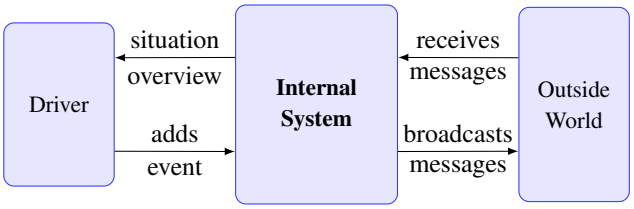

Fig. 2. General flowchart of the model. The internal system manages new messages, repeats messages which have still an interest, deletes useless one, and offers an overview at driver's request.

IV. APPLICATION

The model exposed in this paper has been implemented and tested using Hong-Ta Corporation (HTC) smartphones.

HTC is a Taiwan-based manufacturer making smartphones based primarily on Microsoft's Windows Mobile, Android or Microsoft's Windows Phone 7 operating systems.

The implementation of the model has been realized by extending a VESPA [2], [5], [6] platform, an application which consists in sending and receiving two types of events: parking place and working area, only one event being received at the same time.

VESPA application is developed and embarked in HTC Touch Diamond mobiles, also known as HTC P3700. It is portable to every other Windows Mobile 6.1-powered Pocket PC device, communicating via Wi-Fi in ad-hoc network mode, and equipped with GPS in order to communicate their locations.

The proposed application homepage, illustrated in Fig. 3, allows users to send messages (S,t,d,ℓ,m) as follows.

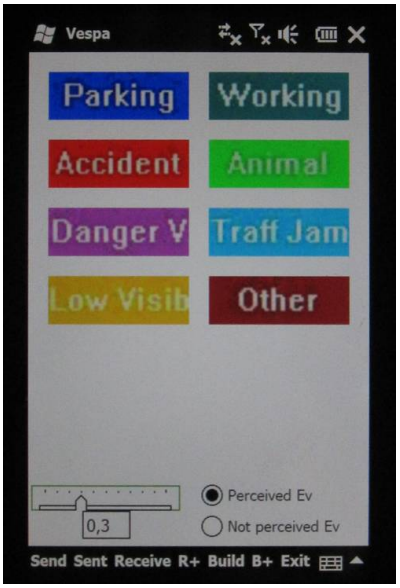

Fig. 3. Application Homepage

- Source S is the International Mobile Equipment Identity (IMEI), a unique mobile identifier automatically generated by the program.
- Type t of the event is chosen by the user. Eight different types of events are proposed: parking place, accident, animal on the road, working area, dangerous vehicle, traffic jam, low visibility, other.
- Date d is generated automatically when the user sends the message.
- Location ℓ is generated automatically using user's GPS coordinates when the user sends the message.
- Using the cursor, illustrated in Fig. 3, the user can fill in the ignorance degree $m(\Omega)$. As the two possible answers are ev and $\neg ev$, by the use of a radio button user chooses ev if he perceived the event, or $\neg ev$ if he wants to point out there is not an event. The mass function is then computed as follows:
  - if the user chooses ev, the obtained mass function is defined as $m(\{ev\}) = 1 - m(\Omega)$;
  - else, the user chooses $\neg ev$, and $m(\{\neg ev\}) = 1 - m(\Omega)$.

Messages sent are broadcast to all other HTC connected to the same Wi-Fi ad-hoc network.

At any time users can ask for an overview of the events using a *build* button present at the bottom of the homepage (Fig. 3).

Hereinafter, an example using major features of the proposed method and showing its interest is detailed.

A user S_1 sends a message M_1 informing the others about an accident event (Fig. 3):

- He/she perceives the accident, so he/she chooses ev by use of a radio button in the graphical user interface;
- He/she assigns an ignorance degree of 0.3 to the message by use of a track bar;

- He/she chooses the *accident* type and sends the message.

Three other users S_2, S_3, and S_4 perceive an accident in the same area at the same time period. They send information (messages M_2, M_3, and M_4 respectively) assigning an ignorance degree of 0.4, 0.5 and 0.2 respectively.

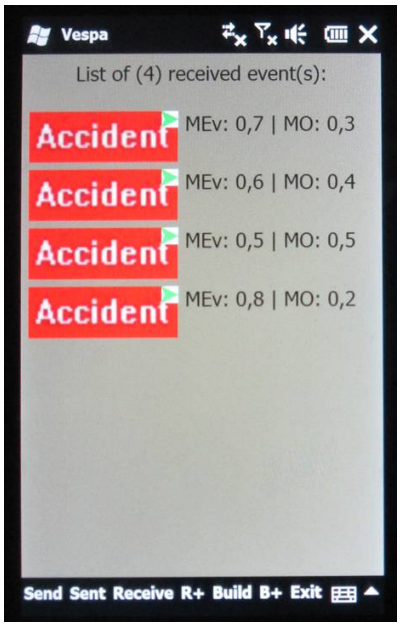

Fig. 4. Reception of messages M_1, M_2, M_3 and M_4. MEv being the mass on the event, MO the mass on Omega.

Fig. 5. Fusion of messages M_1, M_2, M_3 and M_4. MEv being the mass supporting the presence of the event, $MNEv$ the mass on the fact that the events is not present, MO the mass on the ignorance.

TABLE II
COMBINATION OF MASS FUNCTIONS m_i FROM MESSAGES M_i, $i \in \{1,2,3,4\}$

	m_1	m_2	m_3	m_4	$m_1 \textcircled{\cap} 2 \textcircled{\cap} 3 \textcircled{\cap} 4$	$BetP$
$\emptyset$	0	0	0	0	0	
$\{ev\}$	0.7	0.6	0.5	0.8	0.988	0.994
$\{\neg ev\}$	0	0	0	0	0	0.006
Ω	0.3	0.4	0.5	0.2	0.012	

Receivers of messages M_i, $i \in \{1,2,3,4\}$, (Fig. 4) can reach to build information (Fig. 5) computed by the program. Following Algorithm 2, messages have been identified as referring to the same accident event, then their mass functions have been combined using the conjunctive rule of combination (cf Section III-F). Results of this combination is exposed in Table II. Receivers obtain a mass function with a high confidence degree of 0.988 in the event, and a low ignorance degree, with no conflict.

Few minutes later, user S_1 does not see the accident event any more. He reaches his disseminated messages, chooses $\neg ev$ instead of ev, assigns a new ignorance degree of 0.2, and sends the event information again. The new message, noted M_1', contains the same attributes of M_1 except the mass function m.

TABLE III
COMBINATION OF MASS FUNCTIONS m_i FROM MESSAGES M_i, $i \in \{1', 2, 3, 4\}$.

	$m_{1'}$	$\alpha_2 m_2$	$\alpha_3 m_3$	$\alpha_4 m_4$	$m_{1'} \textcircled{\cap} 2 \textcircled{\cap} 3 \textcircled{\cap} 4$	$BetP$
$\emptyset$	0	0	0	0	0.862	
$\{ev\}$	0	0.48	0.4	0.64	0.026	0.268
$\{\neg ev\}$	0.8	0	0	0	0.090	0.732
Ω	0.2	0.52	0.6	0.36	0.022	

HTC mobiles receiving both messages M_1 and M_1' take only the new message M_1' into consideration which has the latest transmission date, message M_1 being deleted (cf Algorithm 1 and Algorithm 2). As exposed in Section III-F, messages M_2, M_3 and M_4 being now older, their mass functions are more discounted, let us consider a 80% discounting for each message. Table III exposes the combination result of these messages mass functions. Receivers obtain a mass function with a greater confidence degree in $\neg ev$, the conflict reflecting the contradiction between messages. In this situation, a bet in favour of $\neg ev$ is recommended as expressed by the pignistic probability $BetP$.

V. CONCLUSIONS AND FUTURE WORKS

In this paper, a method has been proposed to manage uncertain events in vehicular ad-hoc networks. It considers messages corresponding to the same event, and helps drivers making a decision by combining received information using belief functions.

This method has been developed in a mobile application considering different types of events. Mobile can be fixed

in vehicle using mount kit, to allow drivers to share road events such as accidents or traffic jam. It can also be used by pedestrians to share other kind of events such as bag snatcher or long entrance queue. Numerous developments remain, however this application has already demonstrated its interest.

Uncertainty of events grows with event oldness and distance separating vehicle from event. The proposed system specifies a threshold above which the event is no longer considered.

Besides, an event can generate another type of event, for example an accident can generate a traffic jam. In future work, the link between events has to be taken into consideration.

Likewise the presence or not of an event can be too restrictive. For example, a traffic jam can either be red, orange or green. Then it might be interesting to consider more than two states in the frame of discernment for some types of event.

At last, this developed application is still at the prototype stage. The main purpose of this work is to consider a model for managing the imperfection of the events; a marketable application deserves of course to be developed, the graphical interface having in particular to be improved to better meet users' requirements. Camera or sensors might also be installed in vehicles in such a way to automatically detect events, without driver assistance.

VI. ACKNOWLEDGMENTS

The authors are very grateful to the VESPA team, in particular Nicolas Cenerario, Thierry Delot and Sylvain Lecomte from LAMIH Laboratory, Univ. of Valenciennes, for having shared their applications, and helped them in their developments.

This work is financed by the French region Nord-Pas de Calais under the project CISIT (Campus International pour la Sécurité et l'Intermodalité des Transports).

REFERENCES

[1] A. Boukerche, "Performance comparison and Analysis of Ad Hoc Routing Algorithms", In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Performance, Computing and Communications*, pp. 171–178, 2001.

[2] N. Cenerario, T. Delot and S. Ilarri, "Dissemination of information in inter-vehicle ad hoc networks", In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV'2008), IEEE Computer Society, Eindhoven (The Netherlands)*, pp. 763-768, June, 2008.

[3] V. Cherfaoui, T. Denoeux and Z.L. Cherfi, "Distributed data fusion: application to confidence management in vehicular networks", In *Proc. of the 11th International Conference on Information Fusion (FUSION'2008)*, pp. 846–853, Germany, 2008.

[4] S. Corson and J. Macker, "Mobile Ad hoc Networking (MANET): Routing Protocol Performance Issues and Evaluation Considerations", *RFC 2501*, 1999.

[5] B. Defude, T. Delot, S. Ilarri, J-L Zechinelli-Martini and N. Cenerario, "Data aggregation in VANETs: the VESPA approach", In *Proc. of Mobiquitous'08 - First International Workshop on Computational Transportation Science (IWCTS), ACM digital library, Dublin (Ireland)*, 2008.

[6] T. Delot, N. Cenerario and S. Ilarri, "Estimating the Relevance of Information in Inter-Vehicle Ad Hoc Networks", In *Proc. of the International Workshop on Sensor Network Technologies for Information Explosion Era (SeNTIE'08), IEEE Computer Society, Beijing (China)*, pp. 151–158, 2008.

[7] S. Démotier, W. Schön and T. Denœux, "Risk Assessment Based on Weak Information using Belief Functions: A Case Study in Water Treatment", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics C*, pp 382-396, vol. 36, 2006.

[8] A. Dempster, "Upper and Lower Probabilities Induced by Multivalued Mapping", *Annals of Mathematical Statistics*, vol. AMS-38, pp. 325–339, 1967.

[9] T. Denœux, "Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification", *Pattern Recognition*, vol. 30, no. 7, pp. 1095–1107, 1997.

[10] T. Denœux, "Conjunctive and Disjunctive Combination of Belief Functions Induced by Non Distinct Bodies of Evidence", *Artificial Intelligence*, vol. 172, pp. 234–264, 2008.

[11] A. Festag, H. Fler, H. Hartenstein, A. Sarma and R. Schmitz, "FleetNet: Bringing car-to-car communication into the real world", In *Proc. of the 11th World Congress on Intelligent Transport Systems (ITS'2004)*, 2002.

[12] W. Franz, H. Hartenstein and B. Bochow, "Internet on the Road via Inter-Vehicle Communications", In *Proc. of the Workshop der Informatik 2001:Mobile Communications over Wireless LAN: Research and Applications, Gemeinsame Jahrestagung der GI und OCG*, September 2001.

[13] X. Hong and K. Xu and M. Gerla, "Scalable Routing Protocols for Mobile Ad Hoc Networks Xiaoyan", *IEEE Network Magazine*, vol. 16, pp. 11-21, 2002.

[14] D. Mercier, G. Cron, T. Denœux and M.-H. Masson, "Decision fusion for postal address recognition using belief functions", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, pp. 5643–5653, 2009.

[15] D. Mercier, É. Lefèvre and F. Delmotte, "Belief Functions Contextual Discounting and Canonical Decompositions", *International Journal of Approximate Reasoning*, accepted for publication.

[16] P. Morsink, R. Hallouzi, I. Dagli, C. Cseh, L. Schafers, M. Nelisse and D.D. Bruin, "CarTalk 2000: Development of a cooperative ADAS based on vehicle-to-vehicle communication", In *Proc. of the 10th World Congress and Exhibition on Intelligent Transport Systems and Services*, Madrid, Spain, November 2003.

[17] T. Nadeem, S. Dashtinezhad, C. Liao and L. Iftode, "TrafficView: Traffic data dissemination using car-to-car communication", *ACM Mobile Computing and Communications Review (MC2R), Special Issue on Mobile Data Management*, vol. 8, no. 3, pp. 6–19, July 2004.

[18] D. Reichardt, M. Miglietta, L. Moretti, P. Morsink and W. Schulz, "CarTALK 2000: safe and comfortable driving based upon inter-vehicle-communication", *IEEE Intelligent Vehicle Symposium* , vol. 2, pp. 545–550, 2002.

[19] E.M. Royer and C.-K. Toh, "A Review of Current Routing Protocols for Ad Hoc Mobile Wireless Networks", *IEEE Personal Communications*, vol. 6, no. 2, pp. 46-55, April 1999.

[20] K. Sentz and S. Ferson, "Combination of evidence in Dempster-Shafer theory", *Sandia National Laboratories SAND 2002-0835*, 96 pages, 2002.

[21] G. Shafer, "A Mathematical Theory of Evidence", *Princeton University Press*, 1976.

[22] P. Smets and R. Kennes, "The Transferable Belief Model", *Artificial Intelligence*, vol. 66, pp. 191–243, 1994.

[23] P. Smets, "The Canonical Decomposition of a Weighted Belief", *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'95)*, Morgan Kaufman (Ed.), San Mateo, California, USA, pp. 1896–1901, 1995.

[24] P. Smets, "The Transferable Belief Model for quantified belief representation", *Handbook of Defeasible reasoning and uncertainty management systems, D. M. Gabbay and Ph. Smets (Ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands*, vol. 1, pp. 267–301, 1998.

[25] P. Smets, "Decision making in the TBM: the necessity of the pignistic transformation", *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 38, no 2, pp. 133–147, 2005.

[26] P. Smets, "Analyzing the combination of conflicting belief functions", *Information Fusion*, vol. 8, no. 4, pp. 387–412, 2007.

[27] O. Wolfson, "MOBI-DIK: An Approach to Querying Data in a Mobile Ad Hoc Network", In *Proc. of the Workshop on Research Directions in Situational-aware Self-managed Proactive Computing in Wireless Adhoc Networks, St. Louis, MO*, 2009.

[28] B. Xu, A.M. Ouksel and O. Wolfson, "Opportunistic resource exchange in inter-vehicle ad-hoc networks", In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Mobile Data Management*, pp. 4–12, 2004.

A.3.3 DEIS 2009

F. Perisse, D. Mercier, **E. Lefevre**, D. Roger, "Robust Diagnostic Based on High Frequency Resonance Measurements", *IEEE Transaction on Dielectrics and Electrical Insulation*, **vol. 16**, n°5, pp. 1496-1502, 2009.

Cet article présente une méthode de diagnostic du vieillissement du bobinage d'un moteur électrique.

Diagnostic Based on High Frequency Resonances and Information Fusion

F. Perisse*, D. Mercier**, E. Lefevre**, D. Roger***
* LSEE, ** LGI2A
Université d'Artois
Technoparc Futura, 62400 Béthune, France

*** LAEPT
Université Blaise Pascal – CNRS
24 Avenue des Landais, 63177 Aubiére, France

ABSTRACT

The stator insulation breakdown is a major cause of AC machine failures. Ground insulation defaults are easily detected by classical systems based on leakage current measurements, however the turn-to-turn insulation degradations are more difficult to detect. For large machines, on-line methods, based on partial discharge detection and analysis, give good results but they cannot be used for low-voltage machines fed by adjustable speed drives (ASD). Previously, it has been shown by some of the authors that it was possible to estimate the aging of an AC machine winding thanks to HF measurements of current or magnetic field. In this paper, it is proposed to exploit conjointly all these different estimations to obtain a more robust and reliable diagnostic. The fusion being realized through the belief function framework, this approach is tested on real measurements.

Index Terms — **AC machines, life estimation, machine windings, rotating machine insulation, power system monitoring, information fusion, Dempster-Shafer theory of belief functions.**

1. INTRODUCTION

STATOR insulation failures involve about one third of the total number of AC machines outages in industrial environment [1]. The stator insulation failure mechanism is now well-known; it often begins with a local turn-to-turn breakdown, which creates a supplementary thermal stress and an extension of the damage that may reach the ground wall insulation, if the power supply is not switched-off [2]. For many industrial applications, motor failures cause unforeseen production stoppages, which are very expensive. To avoid such problems, preventive maintenance is required for crucial machines. Several classical methods can be used for ground insulation testing [1], but it is more difficult to evaluate the quality of the turn insulation which is the only way to detect the very beginning of an insulation problem, particularly for inverter fed machines. Until now, very few methods are available. It is possible to perform an impulse testing on an off-line machine [3], or to follow the PD activity on a high voltage working machine [4, 5] or with off-line PD testing systems [6].

This paper presents an on-line monitoring system able to give information on the aging of the turn insulation of AC machine. The system is based on the indirect measurement of the turn-to-turn capacitance and information fusion method. Results of the measurements made on a typical magnet wire [7], which shows that the specimen capacitance increases with the insulation aging. Correlations between the variations of this capacitance, the breakdown voltage and the cumulative probability of failure are established. The first part of this document describes how to observe the aging of an ac machine winding and the on-line monitoring system, based on high frequency measurements on the windings of a machine in service. The second part presents the decision-making process regarding the aging of the machine. This process is based on the fusion of information provided by HF measurements of current and magnetic fields. When a measure is precise and certain, no other measure is necessary. However, such a measure is rarely obtained in real world application. Information fusion consists then in merging, or exploiting conjointly, several imperfect sources of information to make proper decision. Various frameworks can be used to model the fusion, e.g., probability theory, possibility theory, belief functions [8, 9]. In this second part of the paper, the different measurements of the aging of an AC machine winding are combined in the latter frame. This method is tested on data resulting from measurements on a machine of 4 kW inverter fed machine, and allows us in particular to obtain a more robust and reliable diagnostic.

Manuscript received on XX Month 2008, in final form XX Month 2008.

2. INFLUENCE AGING ON AC MACHINE AND MONITORING SYSTEM

2.1 INFLUENCE AGING OF AC MACHINE

Thermal accelerated aging was performed in a previous study on specimens made with a polyesterimide (THEIC) magnet wire according to the IEC 60851-5 standard [7, 10]. The thermal accelerated aging of magnet wire shows the correlation between the specimen capacitance variations and the quality of the insulation between wires. It proves that the capacitance variations can be used as an indicator of the winding turn insulation aging. Figure 1 and Figure 2 presents the evolution of the mean value and breakdown voltage and capacitance of the specimen at 250°C. A model developed in [8] shows that the capacitance variation of winding machine induces a modification of the frequencies characteristic. This variation is significant and can be exploited. In a real case, the turn-to-turn capacitance cannot be measured on a machine. However it is possible to measure the capacitance corresponding to the RLC parallel equivalent circuit that represents the winding first resonance. For a frequency range from 1 kHz to 10 MHz, a simple parallel RLC equivalent circuit represents roughly the machine winding frequency behavior [11]. Our purpose is to determine the influence of the turn-to-turn capacitance on the global capacitance Cg defined by the RLC parallel equivalent circuit. Cg is a function of turn-to-turn capacitance Ci and turn to magnetic core capacitance Cm :

$$Cg = f(Ci, Cm) \quad (1)$$

The numerical value of Ci is much higher than Cm. Global capacitance Cg is then much more influenced by turn-to-turn capacitance Ci. The variation of Cg corresponds approximately to the variation of Ci and the variation of the first parallel resonance can be considered as an indirect effect of the degradation of the turn insulation.

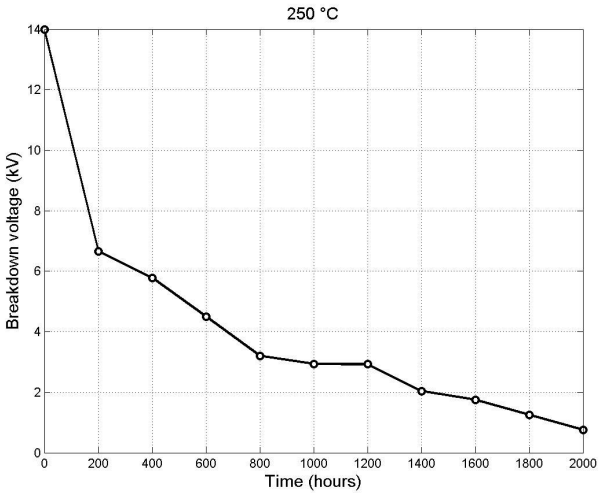

Figure 1. Mean value of breakdown voltage for 250 °C.

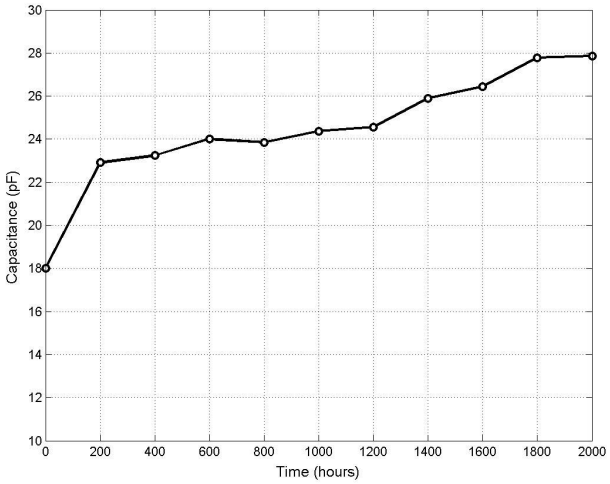

Figure 2. Mean value of the specimen capacitance for 250 °C..

2.2 ON-LINE MONITORING SYSTEM

The synopsis of the monitoring system is presented in Figure 3. The spectrum of the measured signal on a running machine has many low frequency spectrum lines, up to several kilohertz, corresponding to the slotting effects. However, it has no natural lines in the range of 100 kHz – 2 MHz, which corresponds to stator winding resonances [7, 10, 11]. To detect such phenomena a high frequency low-level voltage is superimposed to the stator supply, and the corresponding HF current and magnetic fields are measured. The injection system contains an inductance (L_{in}), which yields a series resonance depending on winding global capacitance Cg. Global capacitance Cg is determined by an identification of frequency response of three phases of the AC machine with an RLC circuit. The 4 kW studied machine has a global capacitance of 272 pF. The inductance Lin allows us to tune the series resonance frequency at a frequency higher than the parallel one, in this application Lin is chosen equal to 45 µH. Figure 4 shows series resonance with and without the injection inductance measured with a precision impedance analyzer Agilent 4294A between 100 kHz to 3 MHz; it can be observed that the series resonance induced by Lin is clearly identifiable.

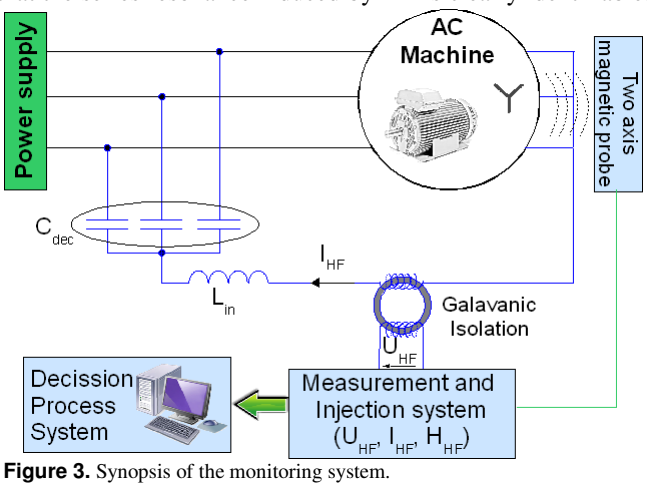

Figure 3. Synopsis of the monitoring system.

When the global equivalent capacitance varies, the series resonance varies in the same way as the parallel resonance. The coupling capacitor (C_{dec}) function consists in providing large impedance at inverter switching frequency (12 Hz) and a low impedance at series resonance frequency (≈1 MHz). A 10 nF/2 kV polypropylene film capacitor is chosen, its impedance is 1.6 kΩ at 10 kHz and 16 Ω at 1 MHz.

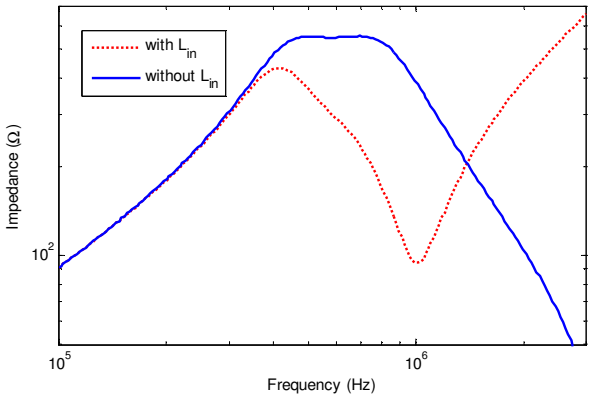

Figure 4. Impedance of AC machine with and without Lin.

The measurement and injection system is composed of a signal generator coupled with a HF amplifier. The signal generator is controlled by the decision process system and can apply a sinusoidal signal up to 2 MHz. Current measurement is performed by a passive current probe Tektronix P6022. Magnetic field is measured near the end-winding along two axes, denoted H1 and H2, described in Figure 5, the two axis magnetic sensor used is a Honeywell HMC1022 with a field range up to ±6 gauss and a sensitivity of 1 mV/V/gauss [12].

The first step consists in applying a sinus wave between 100 kHz to 2 MHz to determine for a sound AC machine a series resonance frequency deduced of impedance (current and voltage measurement) and magnetic fields H1 and H2. Then the frequency range is reduced around this first resonance frequency. For this study, a limited number of measurements have been realized for each stage of the aging of the machine.

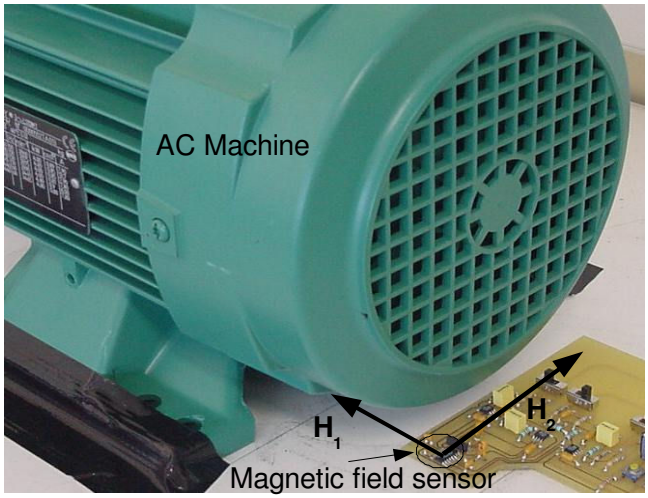

Figure 5. AC machine and magnetic field sensor position.

In an industrial context, these measures would be carried out continuously or during chosen periods. While the machine is working, the on-line monitoring system injects an HF sinusoidal signal around the resonance frequency of the machine. These measurements allow one to determine the variation of resonance frequency of the AC machine winding.

In the next section, these three estimations of the resonance frequency provided by the impedance and magnetic fields are combined in the framework of belief functions in order to improve the decision-making process regarding the winding aging.

3. AGING ESTIMATIONS FUSION

In this paper, the problem of information fusion is addressed using the Dempster-Shafer theory of belief functions [9], a rich and flexible framework for representing and reasoning with various forms of imperfect information and knowledge. Belief functions were first introduced by Dempster as a tool for statistical inference [13], and were later proposed by Shafer [9] as a general formalism for representing partial information and reasoning under uncertainty. Since then, different models based on the basic mathematical apparatus of belief functions have been proposed, including the Transferable Belief Model (TBM) [14] which is adopted here. A discussion of these interpretations of belief functions (TBM, Dempster's model, Hints model, random sets) can be found in [10].

The Transferable Belief Model (TBM) is a model of uncertain reasoning and decision-making based on two levels:

- the credal level, where available pieces of information are represented and manipulated by belief functions;
- the pignistic or decision level, where belief functions are transformed into probability measures when a decision has to be made.

The basic concepts of this model are exposed in the next section.

3.1. BELIEF FUNCTIONS: BASIC CONCEPTS

3.1.1. CREDAL LEVEL

Let $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_K\}$, called the frame of discernment or the universe, be a finite set of the possible answers to a given question Q of interest.

Information held by a rational agent Ag regarding the answer to question Q can be quantified by a mass function m defined on Ω, which is an application from 2^Ω to [0,1] verifying:

$$\sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1. \quad (2)$$

The quantity m(A) represents the part of the unit mass allocated to the hypothesis that the answer to question Q is in the subset A of Ω, and to no strict subset. The mass m(Ω) represents then the degree of total ignorance regarding the answer to the question Q of interest.

Let us remark that the mass on the empty set m(∅) may be positive. This mass plays a role of alarm in the TBM, the sources being conflicting [12].

Once each piece of information has been represented by a belief function, an aggregating operator can be used in order to synthesize the available information.

Two distinct mass functions m_1 and m_2 can be combined using the conjunctive rule of combination defined by:

$$m_1 \cap m_2(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B)\, m_2(C), \quad \forall A \subseteq \Omega. \tag{3}$$

This combination is associative and commutative, which ensures that the order the sources are combined does not affect the combination result.

For example, let us consider a universe $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, and two sources of information S_1 and S_2 providing respectively the pieces of evidence m_1 and m_2 such that $m_1(\{\omega_1,\omega_2\}) = 0.8$, $m_1(\{\omega_2\}) = 0.2$, $m_2(\{\omega_2,\omega_3\}) = 0.3$, and $m_2(\Omega) = 0.7$. Their combination can then be computed as illustrated by table 1.

Table 1. Conjunctive combination of m_1 and m_2

$m_1 \setminus m_2$	$\{\omega_2,\omega_3\}$ O.3	Ω O.7
$\{\omega_1,\omega_2\}$ O.8	$\{\omega_1,\omega_2\}\cap\{\omega_2,\omega_3\}=\{\omega_2\}$ $0.8 \times 0.3 = 0.24$	$\{\omega_1,\omega_2\} \cap \Omega = \{\omega_1,\omega_2\}$ $0.8 \times 0.7 = 0.56$
$\{\omega_2\}$ O.2	$\{\omega_2\}\cap\{\omega_2,\omega_3\}=\{\omega_2\}$ $0.2 \times 0.3 = 0.06$	$\{\omega_2\}\cap \Omega = \{\omega_2\}$ $0.2 \times 0.7 = 0.14$

The resulting mass function, denoted m, is therefore defined by $m(\{\omega_2\}) = 0.24 + 0.14 + 0.06 = 0.44$, and $m(\{\omega_1,\omega_2\}) = 0.56$. The mass supporting the state of the universe ω_2 has been reinforced with this combination.

3.1.2. DECISION LEVEL

When a decision has to be made regarding the answer to question Q, a strategy [14, 16] consists in transforming the mass function m, resulting from the fusion process, into the following probability measure BetP, called the *pignistic probability* and defined by:

$$BetP(\{\omega\}) = \sum_{\omega \in A, A \subseteq \Omega} \frac{m(A)}{|A|\ (1 - m(\varnothing))}, \quad \forall \omega \in \Omega. \tag{4}$$

The chosen decision is then the one that maximizes BetP.

3.2. FUSION MODEL FOR AC MACHINE WINDING AGING ESTIMATION

In the present fusion problem, the question Q of interest is the following: "Has the AC machine winding to be changed?" The universe Ω of the possible answers to question Q is then composed of two elements: Ω={yes,no}.

As mentioned in Section 2, the resonance frequency of a winding, obtained by impedance or magnetic fields, decreases over time. The measurements of resonance frequency based on these different techniques, constitutes then different opinions regarding the winding aging, which can be expressed as mass functions defined on Ω.

The mass assignment used in this paper, is based on four thresholds $(T_i)_{i \in \{1,2,3,4\}}$ depicted in Figure 6. For example, it can be observed in this figure, that if the measured resonance frequency is lower than T_1, the total part of the unit mass is allocated to the answer "yes, the winding has to be substituted".

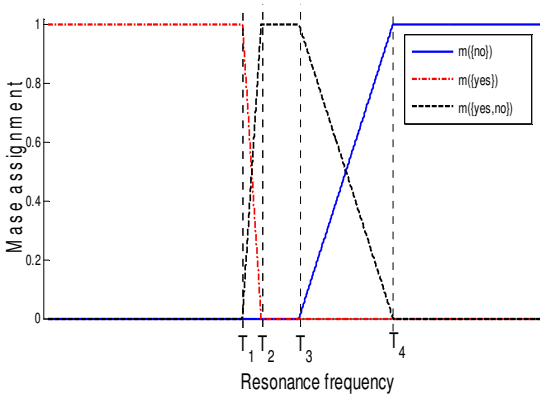

Figure 6. Mass assignment method allowing one to convert measurements on the resonance frequency of a winding, into a piece of information regarding the necessity to substitute this winding.

Let us note that the resonance frequency measurements based on the impedance and magnetic fields, are generally associated with different vectors of thresholds. The determination of these thresholds can be realized by a human expert or a learning set composed of labeled resonance frequencies, that is, resonance frequencies associated with a known winding aging.

Thanks to this conversion, at each time t, the measurements of resonance frequency based respectively on impedance, magnetic fields H_1 and H_2, provide different pieces of information, expressed respectively by m_Z, m_1 and m_2, regarding the winding substitution necessity.

Once computed, these mass functions can be combined using the conjunctive rule of combination (equation (3)):

$$m(A) = m_Z \cap m_1 \cap m_2(A), \quad \forall A \subseteq \Omega. \tag{5}$$

The resulting mass function m can then be transformed into the pignistic probability (equation (4)) to make the final decision.

For example, let us consider that the following mass functions have resulted from the mass assignment step:

- $m_Z(\{yes\})=0.6$ and $m_Z(\Omega)=0.4$ (from the resonance frequency measurement based on the impedance, the substitution of the winding is rather necessary);
- $m_1(\Omega)=1$ (from the resonance frequency measurement based on the first magnetic, there is a total ignorance regarding the necessity to replace the winding);
- $m_2(\{no\})= 0.1$ and $m_2(\Omega)=0.9$ (from the resonance frequency measurement based on the second magnetic field, the substitution of the winding is not really necessary).

Then, the conjunctive combination denoted m of m_1, m_2 and m_Z verifies:

$$\begin{aligned} &m(\Omega) = 0.4 \times 1 \times 0.9 = 0.36\,; \quad m(\{yes\}) = 0.6 \times 1 \times 0.9 = 0.54\,; \\ &m(\{no\}) = 0.4 \times 1 \times 0.1 = 0.04\,; \quad m(\varnothing) = 0.6 \times 1 \times 0.1 = 0.06. \end{aligned} \tag{5}$$

The pignistic probability is thus given by:

$$\begin{aligned} BetP(\{yes\}) &= \frac{1}{1 - 0.06}\left(0.54 + \frac{0.36}{2}\right) = 0.77\,; \\ BetP(\{no\}) &= \frac{1}{1 - 0.06}\left(0.04 + \frac{0.36}{2}\right) = 0.23\,. \end{aligned} \tag{6}$$

In this example, as BetP({yes})>BetP({no}), the winding has to be changed.

3.3. APPLICATION

At fifty different steps of the aging of the machine winding, three measurements of the winding resonance frequency have been realized from the three measured parameters (impedance, two magnetic fields). The ground truth is known: the first forty measurements correspond to a winding which has not to be changed, while the last ten are associated with a winding which has to be changed.

The Figure 7 illustrates the different resonance frequencies obtained for each measurement technique, as well as the ground truth. A winding associated with a resonance frequency lower than *95%* of the resonance frequency obtained when the winding is sound, is generally considered as to be changed. This limit is represented for each measurement technique as a horizontal line in Figure 7.

From Figure 7, it can be observed than an individual decision process:

- based on the impedance commits one error (measurement number 45);
- based on the first magnetic field commits two errors (measurement numbers 35 and 38);
- based on the second magnetic field commits three errors (measurement numbers 40, 41 and 42).

The goal of the fusion consists in improving these results by making fewer errors.

The Figure 8 illustrates the thresholds used to build the mass functions provided by the first magnetic field.

Thresholds used for the impedance and the second magnetic field are not detailed in the same figure for the sake of clarity.

The Figure 9 depicts the pignistic probabilities obtained for each measurement. It can be observed that:

- for each measurement where the winding has not to be changed, BetP({no})>0.5 ;
- for each measurement where the winding has to be changed, BetP({yes})>0.5.

Thus, on this particular test, this fusion made zero error whereas each individual decision process made at least one error, which fulfills its purpose.

Let us note that in this same application a simple fusion based on a majority vote leads to zero error as well. A more complex application test should be undertaken to validate this approach.

Nevertheless some interesting points of this fusion already appear:

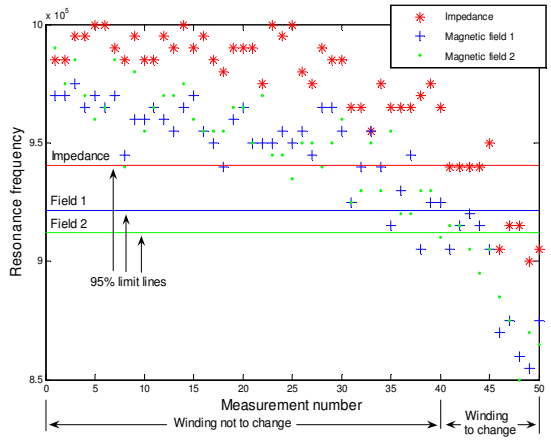

Figure 7. Resonance frequencies obtained at 50 different steps of the aging of the machine winding

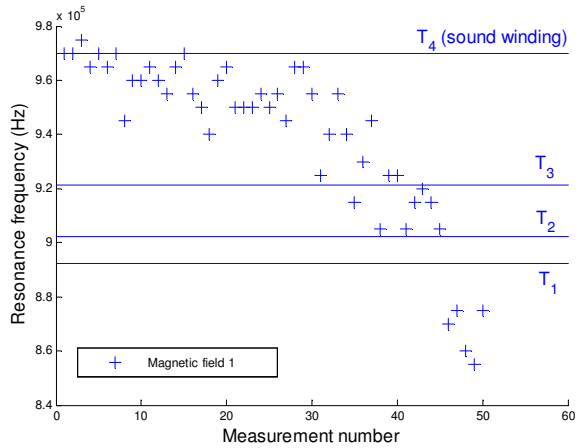

Figure 8. Thresholds used to build the mass function provided by the first magnetic field.

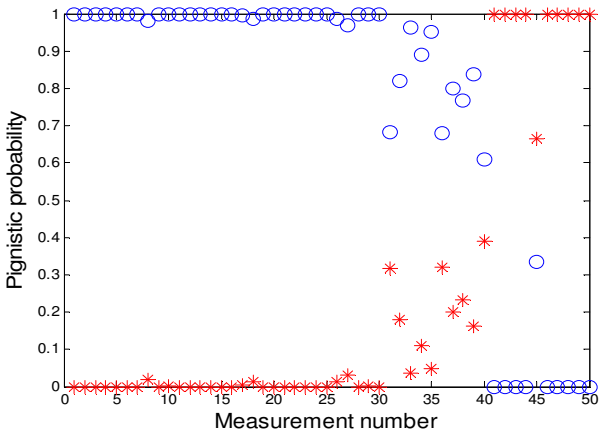

Figure 9. Pignistic probabilities after combining, the three measurements

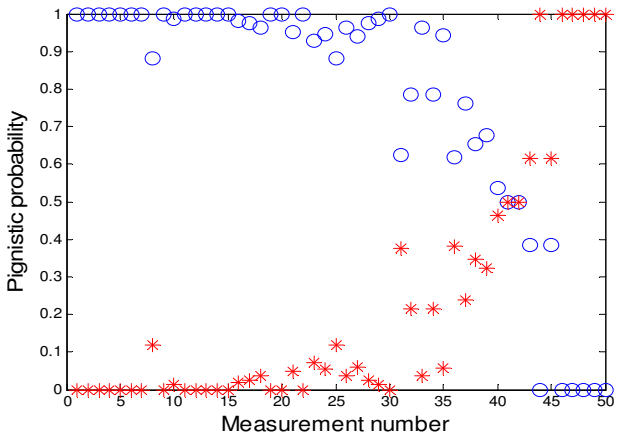

Figure 10. Pignistic probabilities after combining, only the measurements coming from the two fields

- This fusion method based on belief functions provides a degree of reliability in addition to its decisions

- It also allows one to combine only two sources of information which is more difficult to realize with a voting system. Let us suppose the failure of a sensor, for example the current measurement. The Figure 10 represents the pignistic probability resulting from the combination of the two masses m_1 and m_2 coming from the two magnetic fields. It can be observed that no error are committed, however there is an ambiguity on the measurements 40 and 41, where BetP({no})= BetP({yes})=0.5. This last fusion can also be interesting if we consider a price for the measurements. The value in money may be better by not measuring the resonance frequency from the impedance, the gain in terms of robustness and performance remaining sufficient.

4. CONCLUSION

The paper has presented an on-line diagnostic system of AC machine based on the fusion of HF measurements providing evidence regarding the winding aging. This system has shown a reliable and robust diagnostic on a "real world" test. The next step of this study consists in implementing this system in an industrial application to validate this approach on more experimental data. Further studies can also be undertaken to develop the fusion model by taking into account the reliabilities of each measurement [17] or the temporal aspect of the measurements for example.

REFERENCES

[1] G.C .Stone, E.A. Boulter, I. Culbert, H. Dhirani, "Electrical Insulation for Rotating Machines", *IEEE Press Series on Power Engineering*, 2004.

[2] R.M. Tallam et all. "A survey of methods for detection of stator related faults in induction machines," S*ymposium on Diagnostics for Electric machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED*, Atlanta, GA,USA, 24-26 August 2003, pp.35 - 46.

[3] E. Wiedenbrug, G. Frey and J. Wilson, "Impulse testing and turn insulation deterioration in electric motors", *Pulp and paper industry Technical conference*, 16-20 June 2003, pp. 50 – 55.

[4] A. Cavalini, G.C. Montanari, F. Puletti, A. Contin, " A new methodology for the identification fo PD in electrical apparatus: properties and applications", *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 12 No. 2, April 2005, pp. 203 – 215.

[5] M. Fenger, S.R. Campbell, and J. Pedersen, "Motor winding problems caused by inverter drives," IEEE Industry Applications Magazine, July/August 2003, pp.22-31.

[6] C. Hudon, N. Amyot, T. Lebey, P. Castelan and N. Kandev, "Testing of low-voltage motor turn insulation for pulse-width modulated applications", *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 7, No. 6, Dec. 2000, pp. 783 – 789.

[7] F. Perisse, D. Roger, P. Werynski, "A New Method for AC Machine Turn Insulation Diagnostic Based on High Frequency Resonances", *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 14, N°. 5, October 2007, pp 1308-1315.

[8] G. Shafer, *"A mathematical theory of evidence"*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1976.

[9] Ph. Smets, "What is Dempster-Shafer's model ? ". In R. R. Yager, J. Kacprzyk, and M. Fedrizzi, editors, *Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, 1994, pp. 5–34.

[10] P. Werinski, " Vieillissement des diélectriques et surveillance in situ des machines électrique ", Thesis of Artois University, 4 th July 2006

[11] F. Perisse, D. Roger, C. Saligot, "Online testing of AC motor for predictive maintenance". Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, "Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics", Volume 27 IOS Press, August 2006, ISBN: 1-58603-627-0.

[12] F. Perisse, D. Roger, S. Duchesne, J-P. Lecointe, "High Frequency resonance of AC Machine Winding, Analyse of Current and Electromagnetic Fields, Application to predictive maintenance", ISEF 2007 - XIII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, Prague, Czech Republic, September 13-15, 2007.

[13] A. P. Dempster, "Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping". *Annals of Mathematical Statistics*, Vol 38, 1967, pp. 325–339.

[14] Ph. Smets, R. Kennes, "The Transferable Belief Model". *Artificial Intelligence*, Vol 66, 1994, pp. 191–243.

[15] Ph. Smets. "Analyzing the Combination of Conflicting Belief Functions". *Information fusion*, Vol 8, No. 4, 2007, pp. 387–412.

[16] T. Denœux, "Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification". *Pattern Recognition*, Vol. 30, No. 7, 1997, pp. 1095-1107.

[17] D. Mercier, B. Quost, T. Denœux, "Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextual discounting". *Information fusion*, Vol 9, No. 2, 2008, pp. 246–258.

Frédéric PERISSE was born in Roanne, France, on June 04, 1972. He received Ph.D. degree in electrical engineering in 2003, from the Claude Bernard University Lyon 1 (UCBL), France. After 4 years as Associate Professor at the University of Artois, is currently Associate Professor at the University Blaise Pascal. His areas of interest concern the aging and risk in field of power electronics, electrical machines and thermal plasma.

David MERCIER was born in Aubervillers, France, on March 20, 1977. He earned his Ph.D. degree in Computer Science in 2006 from the University of Technology of Compiègne (UTC), France. He is currently an Associate Professor at the University of Artois. His main research interests include information fusion and reasoning with uncertainty.

Eric Lefevre was born in Calais, France, on March the 31th, of 1973. He received his Ph.D. degree in Computer Science in 2002 from the INSA of Rouen, France. He is currently an Associate Professor at the University of Artois. His main research interests, within the LGI2A (Laboratoire de Génie Informatique et d'Automatique de l'Artois) include information fusion and reasoning with uncertainty.

Daniel Roger was born in Bouvines, France, in 1955. After a 2- year industrial experience in electronics, he was engaged as a teacher in a technical school. He obtained the French Agregation in 1989, a Ph.D. degree of electrical engineering from the University of Lille in 1993 and a D.Sc. degree in 2003 from the University of Artois. He is now a Professor in electrical engineering at the University of Artois where he teaches electromagnetism and power electronics. His research interests, within the LSEE (Laboratoire Systèmes Electrotechniques et Environnement), are electromagnetic emissions of electrical systems and diagnosis of electrical machines.

Bibliographie

[1] A. Ben Aissa, N.E. El Faouzi et E. Lefevre : Classification multisource via la théorie des croyances. *In Workshop Fouilles de données complexes dans un processus d'extraction de connaissances, Extraction et Gestion des Connaissances (EGC'04)*, pages 31–44, 2004.

[2] A. Akbalik : *optimisation de la gstion intégrée des flux physiques dans une chaîne logistique : extensions du problème de dimensionnement de lot.* Thèse de doctorat, Institut National de Polytechnique de Grenoble, 2006.

[3] A. Appriou : Probabilités et incertitude en fusion de données multi-senseurs. *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, 11:27–40, 1991.

[4] A. Appriou : Multisensor signal processing in the framework of the theory of evience. *In Application of Mathematical Signal Processing Techniques to Mission Systems*, pages (5–1)–(5–31). Research and Technology Organization, Lecture Series, 1999.

[5] A. Appriou : *Décision et reconnaissance des formes en signal*, chapitre Discrimination multisignal par la thoérie de l'évidence, pages 219–258. Hermes Science Publication, 2002.

[6] A. Appriou : Approche générique de la gestion de l'incertain dans les processus de fusion multisenseur. *Traitement du Signal*, 22:307–319, 2005.

[7] J Banks, J. Carson, B.L. Nelson et D. Nicol : *Discret-Event System Simulation (5th Edition).* Prentice Hall, 2009.

[8] M. Bauer : Approximations algorithm and decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence - an empirical study. *International Journal of Approximate Reasoning*, 17(2-3):217–237, 1997.

[9] R. Benayoun, J de Montgolfier, J. Tergny et O. I. Larichev : Linear programming with multiple objective functions : STEP Method (STEM). *Mathematical Programming*, 1(3):366–375, 1971.

[10] M. Berrittella, A. Certa, M. Enea et P. Zito : An Analytic Hierarchy Process for the evaluation of transport policies to reduce climate change impacts. Rapport technique 2007.12, Fondazione Eni Enrico Mattei, 2007.

[11] M. Beynon, B. Curry et P. Morgan : The Dempster-Shafer theory of evidence : An alternative approach to multicriteria decision modelling. *OMEGA*, 28(1):37–50, 2000.

[12] J.C. Bezdek : Fuzziness vs. probability - the n-th round. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 2(1):1–42, 1994.

[13] I. Bloch : Incertitude, imprecision et additivité en fusion de données : point de vue historique. *Traitement du Signal*, 13(4):267–288, 1996.

[14] I. Bloch : Information combination operators for data fusion : a comparative review with classification. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part A*, 26(1):52–67, 1996.

[15] I. Bloch : Some aspects of Dempster-Shafer evidence theory for classification of muti-modality medical images taking partial volume effect into account. *Pattern Recognition Letters*, 17:905–919, 1996.

[16] I. Bloch : *Fusion d'informations en traitement du signal et des images.* Hermes Science Publication, 2003.

[17] J. P. Brans et P. Vincke : A preference ranking organization method. *Management Sciences*, 31(6):647–656, 1986.

[18] J.P. Brans, Ph. Vincke et B. Marechal : How to select and how to rank projects : The PROMOTEE method. *European Journal of Operational Research*, 24:228–238, 1986.

[19] N. Bryson et A. Mobolurin : A process for generating quantitative belief functions. *European Journal of Operational Research*, 115:624–633, 1999.

[20] A.S. Capelle, O. Colot et C. Femandez-Maloigne : Evidential segmentation scheme of multi-echo MR images for the detection of brain tumors using neighborhood information. *Information Fusion*, 5(3):203–216, 2004.

[21] F. T. S. Chan : Interactive selection model for supplier selection process : an analytical hierarchy process approach. *International Journal of Production Research*, 41(15):3549–3579, 2003.

[22] F. T. S. Chan et N. Kumar : Global supplier development considering risk factors using fuzzy extended AHP-based approach. *Omega*, 35(4):417–431, 2007.

[23] D-Y Chang : Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*, 95:649–655, 1996.

[24] D. Charabidze : *Etude de la biologie des insectes nécrophages et application à l'expertise en entomologie médico-légale.* Thèse de doctorat, Université de Lille 2, 2008.

[25] L.Z. Chen, W.K. Shi, Y. Deng et Z.F. Zhu : A new fusion approach based on distance of evidences. *Journal of Zhejang University Science*, 6A(5):476–482, 2005.

[26] L. Cholvy : Applying theory of evidence in multisensor data fusion : a logical interpretation. *In Thrid International Conference on Information Fusion (FUSION'00)*, pages 17–24, 2000.

[27] M. Christopher : *Logistics and Supply Chain Management (1ère édition).* Pitman, London, 1992.

[28] I. Couso et S. Moral : Independence concepts in evidence theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, 51(7):748–758, 2010.

[29] A. Couture et G. Loussararian : L'entreprise se transforme : de l'organisation mécanique et figée à l'organisation réactive et vivante. *Revue Française de Gestion Insdustrielle*, 18(2):73–88, 1999.

[30] F. Cuzzolin : A geometric approach to the Theory of Evidence. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics - Part C*, 38(4):522–534, 2008.

[31] M. Daniel : Associativity in combination of belief functions ; a derivation of minC combination. *Soft computing A Fusion of foundation, Methodologies and Application*, 7(5):288–296, 2003.

[32] M. Daniel : Conflicts within and between belief functions. *In 13th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty (IPMU'10)*, pages 696–705. Springer-Verlag, 2010.

[33] M. Daniel : Non-conflicting and conflicting parts of belief functions. *In 7th International Symposium on Imprecise Probability : Theories and Applications (ISIPTA'11)*, 2011.

[34] M.H. Degroot : *Optimal statistical decisons*. McGraw-Hill, New-York, 1970.

[35] F. Delmotte, L. Dubois, A.M. Desodt et P. Borne : Using trust in uncertainty theories. *Information and Systems Engineering*, 1:303–314, 1995.

[36] A.P. Dempster : Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 38:325–339, 1967.

[37] A.P. Dempster : A generalization of Bayesian Inference. *Journal of Royal Statistical Society, Serie B*, 30:205–247, 1968.

[38] Y. Deng, W.K. Shi, Z.F. Zhu et Q. Liu : Combining belief functions based on distance of evidence. *Decision Support Systems*, 38(3):489–493, 2004.

[39] T. Denoeux : A k-nearest neighbour classification rule based on Dempster-Shafer theory. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, 25(5): 804–813, 1995.

[40] T. Denoeux : Analysis of evidence theory decision rules for pattern classification. *Pattern Recognition*, 30(7):1095–1107, 1997.

[41] T. Denoeux : The cautious rule of combination for belief functions and some extensions. *In Inter. Conf. On Information Fusion (FUSION'06)*, 2006.

[42] T. Denoeux : Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by non distinct bodies of evidence. *Artificial Intelligence*, 172(23):234–264, 2008.

[43] T. Denoeux et G. Govaert : Combined supervised and unsupervised learning for system diagnosis using Dempster-Shafer theory. *In Multiconference, Computational Engineering Applications. Symposium on Control, Optimization ans Supervision (CESA'96 IMACS)*, volume 1, pages 104–109, 1996.

[44] T. Denoeux et P. Smets : Classification using belief functions : The relationship between the case-based and model-based approaches. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics B*, 36(6):1395–1406, 2006.

[45] T. Denoeux et A. Ben Yaghlane : Approximating the combination of belief functions using the fast Möbius transform in a coarsened frame. *International Journal of Approximate Reasoning*, 31(1-2):77–101, 2002.

[46] S. Destercke : Independence concepts in evidence theory : some results about epistemic irrelevance and imprecise belief functions. *In First Worshop on the Theory of Belief Functions*, 2010.

[47] S. Destercke et T. Burger : Revisiting the notion on conflicting Belief Functions. *In 2rd International Conference on Belief Functions*, pages 153–160. Springer, 2012.

[48] J. Dezert, A. Martin et F. Smarandache : Comments on "A new combination of evidence based on compromise" by K. Yamada. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(6):853–855, 2009.

[49] J. Dezert, J. M. Tacnet, M. Batton-Hubert et F. Smarandache : Multi-criteria decision making based on DSmT-AHP. *In 1st Workshop on Belief Functions*, 2010.

[50] J. Diaz, M. Rifqi et B. Bouchon-Meunier : A similarity measure between basic beleif assignments. *In 9th International Conference on Information Fusion (FUSION'06)*, 2006.

[51] H. Ding, L. Benyoucef et X. Xie : Simulated-based evolutionnary multi-objective optimization approach for integrated decision-making in supplier selection. *International Journal of Computer Applications in Technology*, 31(3/4):144–157, 2008.

[52] D. Dubois et H. Prade : *Théorie des possibilités : applications à la représentation des connaissances en informatique.* Masson, Paris, 1985.

[53] D. Dubois et H. Prade : On the unicity of Dempster rule of combination. *Internationale Journal of Intelligent Sytems*, 1:133–142, 1986.

[54] D. Dubois et H. Prade : A set theoric view of belief functions : Logical operation and approximations by sets. *International Journal of General Systems*, 12(3):193–226, 1986.

[55] D. Dubois et H. Prade : *Lecture notes in Economics and Mathematical Systems : Combining Fuzzy imprecision with the Probabilistic Uncettainty in Decision Making*, chapitre Decision Evaluation Methods under Uncertainty and Imprecision, pages 48–65. Springer-Verlag, 1987.

[56] D. Dubois et H. Prade : Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Computational Intelligence*, 4:244–264, 1988.

[57] D. Dubois et H. Prade : *Reliability Data Collection And Analysis*, chapitre On the combination of evidence in various mathematical frameworks, pages 213–241. J. Flamm and T. Luisi, Brussels, 1992.

[58] D. Dubois et H. Prade : Possibility theory and data fusion in poorly informed environments. *Control Engineering Practice*, 2(5):811–823, 1994.

[59] N.E. Elfaouzi et E. Lefevre : Classifiers and distance based evidential fusion for road travel time estimation. *In* B. V. Dasarathy, éditeur : *Multisource, Multisensor Information Fusion Conference : Architectures, Algorithms, and Applications*, 2006.

[60] E. Elouedi, E. Lefevre et D. Mercier : Discountings of a belief function using a confusion matrix. *In 22th IEEE International Conference on Tools with Artificial Inteligence (ICTAI'2010)*, volume 1, pages 287–294, 2010.

[61] Z. Elouedi, K. Mellouli et P. Smets : Assessing sensor reliability for multisensor data fusion with the Transferable Belief Model. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, part B*, 34:782–787, 2004.

[62] A. Ennaceur, Z. Elouedi et E. Lefevre : Handling partial preferences in the belief AHP method : Application to life cycle assessment. *In International Conference of the Italian Association for Artificial Intelligence (AIxIA'12)*, pages 396–401. LNAI 6934 Springer-Verlag, 2012.

[63] A. Ennaceur, Z. Elouedi et E. Lefevre : Introducing incomparability in modeling qualitative belief functions. *In International Conference Modeling Decisions for Artificial Intelligence (MDAI'12)*, 2012.

[64] A. Ennaceur, Z. Elouedi et E. Lefevre : Reasoning under uncertainty in the AHP method using the belief function theory. *In 14th International conference on Information Processing and Management of Uncertainty in knowledge-based systems (IPMU'2012)*, pages 373–382. Springer-Verlag, 2012.

[65] D. Dubois et H. Prade : La fusion d'informations imprécises. *Traitement du Signal*, 11(6):447–458, 1994.

[66] S. Fabre, A. Appriou et X. Briottet : Presentation and description of two classification methods using data fusion based on sensor management. *Information Fusion*, 2(1):49–71, 2001.

[67] M. Bou Farah, D. Mercier, E. Lefevre et F. Delmotte : Towards a robuste exchange of imperfect information in inter-vehicle ad-hoc netork using belief functions. *In IEEE Intelligent Vehicles Symposiums (IV'11)*, pages 436–441, 2011.

[68] U.M. Fayyad et P. Smyth : Image database exploration : Progress and challenge. *In Proceedings of AAAI Workshop on Knowledge Discovery in Database*, pages 14–27, 1993.

[69] J. Ferber : *Multi-Agent Systems : An Introduction to Distribued Artificial Intelligence*. Addison-Wesley Professional, 1999.

[70] J. Figueira, S. Greco et M. Ehrgott : *Multiple Criteria Decision Analysis : state of the art surveys*, volume 4. Springer International Series in Operations Research and Management Science, 2005.

[71] P. C. Fishburn : *Utility Theory for decision making*. Wiley, 1970.

[72] P. C. Fishburn : *The foundationof expected utility*. Reidel, 1982.

[73] D. Fixsen et R.P.S. Mahler : The modified Dempster-Shafer approach to classification. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics Part A*, 27:96–104, 1997.

[74] M.C. Florea : *Combinaison d'informations hétérogènes dans le cadre unificateur des ensembles aléatoires : Approximations et robustesse.* Thèse de doctorat, Université de Laval, Quebec, 2007.

[75] M.C. Florea et E. Bossé : Crisis management using Dempster Shafer theory : Using dissimilarity measures to characterize sources' realiability. *In NATO RTO 086 - C3I for Crisis, Emergency an consequence Management*, 2009.

[76] M.C. Florea, J. Dezert, P. Valin, F. Smarandache et A-L. Jousselme : Adaptative combination rule and proportional conflict redisribution rule for information fusion. *In Proceedings of COGnitive Systems with Interactive Sensors (COGIS'06)*, 2006.

[77] M.C. Florea, A-L. Jousselme, E. Bossé et D. Grenier : Robust combination rules for evidence theory. *Information Fusion*, 10(2):183–197, 2009.

[78] T. George et N. Pal : Quantification of conflict Dempster-Shafer framework : a new approach. *International Journal of General Systems*, 24(4):407–423, 1996.

[79] M. Ha-Duong : Hierarchical fusion of expert opinions in the Transferable Belief Model, application to climate sensitivity. *International Journal of Approximate Reasoning*, 49(3):555–574, 2008.

[80] R. Haenni : Shedding new light on Zadeh's criticisme of Dempster's rule of combination. *In Int. Conf. On Information Fusion (FUSION'05)*, pages 1–6, 2005.

[81] D. Han, Y. Deng et Q. Liu : Erratum to "Combining belief functions based on distance of evidence". *Decision Support Systems*, 50(1):360, 2010.

[82] S.L. Hégarat, I. Bloch et D. Vidal-Madjar : Introduction of neighborhood information in evidence theory and application to data fusion of radar and optical images with partial cloud cover. *Pattern Recognition*, 34:1811–1823, 1998.

[83] S.L. Hégarat-Mascle, I. Bloch et D. Vidal-Madjar : Application of Dempster-Shafer evidence theory to unsupervised classification in multisource remote sensing. *IEEE Transaction on Geoscience and remote Sensing*, 35(4): 1018–1032, 1997.

[84] U. Höhle : Fuzzy plausibility measures. *In Proceedings of 3rd International Seminar on fuzzy Set Theory*, pages 7–30, 1981.

[85] U. Höhle : Entropy with respect to plausibility measures. *In 12th IEEE International Symposium Multiple-Valued Logic*, pages 167–169, 1982.

[86] T. Inagaki : Interdependance between safety control policy and multiple sensor schemes via dempster shafer theory. *IEEE trans. on Reliability*, 40(2): 182–188, 1991.

[87] R. Jirousek et J. Vejnarova : Compositional models and conditional independance in evidence theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, 52(3):316–334, 2010.

[88] M. R. Akbari Jokar : *Sur la conception d'une chaîne logistique : Une approche globale d'aide à la décision.* Thèse de doctorat, Institut National de Polytechnique de Grenoble, 2001.

[89] M. R. Akbari Jokar : L'évolution du concept de logistique. *Revue Française de Gestion Industrielle*, 21(3):5–22, 2002.

[90] A. Josang : The consensus operator for combining beliefs. *Artificial Intelligence*, 141(1-2):157–170, 2002.

[91] A. Josang, M. Daniel et P. Vannoorenberghe : Strategie for combining conflicting dogmatic beliefs. *In Int. Conf. Information Fusion (FUSION'03)*, pages 1133–1140, 2003.

[92] A. Josang, J. Diaz et M. Rifqi : Cumulative and averaging fusion of beliefs. *Information Fusion*, 11(2):192–200, 2010.

[93] A. Josang, S. Pope et D. McAnally : Normalising the consensus operator for belief fusion. *In International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty (IPMU'06)*, 2006.

[94] A-L. Jousselme, D. Grenier et E. Bossé : A new distance between two bodies of evidence. *Information Fusion*, 2:91–101, 2001.

[95] A-L. Jousselme et P. Maupin : On some properties of distance in evidence theory. *In Proceedings of 1st Workshop on the Theory of Belief Functions*, 2010.

[96] A-L. Jousselme et P. Maupin : Distances in evidence theory : Comprehensive survey and generalizations. *International Journal of Approximate Reasoning*, 53(2):118–145, 2012.

[97] K. Jurasovic, M. Kusek et G. Jezic : Multi-agent service deployment in telecommunication networks. *Agent and multi-agent systems : technologies and applications*, pages 560–569, 2009.

[98] C. Kahraman, éditeur. *Fuzzy multi-criteria decision making : theory and applications with recent developments.* Springer-Verlag, 2008.

[99] R.L. Keeney et H. Raiffa : *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs.* Cambridge University Press, 1976.

[100] R. Kennes : Computational aspects of the Möbius transformation graphs. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 22:201–223, 1992.

[101] R. Kennes et S. Smets : *Uncertainty in Artificial Intelligence*, chapitre Computational aspect of the Möbius transformation, pages 401–416. Elsevier Science Publishers, 1991.

[102] J. Kholas et P.A. Monney : *A mathematical theory of hints. An approach to Dempster-Shafer theory evidence*, volume 425. Springer-Verlag, 1995.

[103] F. Klawonn et E. Schwecke : On the axiomatic justification of Dempster's rule combination. *International Journal of Intelligent Systems*, 7:469–478, 1992.

[104] J. Klein : *Suivi robuste d'objets dans des séquences d'images par fusion de sources : application au suivi de véhicules dans des scènes routières.* Thèse de doctorat, Université de Rouen, 2008.

[105] J. Klein et O. Colot : Automatic discounting rate computation using a dissent criterion. *In Proceedings of 1st Workshop on the Theory of the Belief Functions*, 2010.

[106] J. Klein et O. Colot : Singular sources mining using evidential conflict analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, 52(9):1433–1451, 2011.

[107] J. Klein et O. Colot : A belief function model for pixel data. *In 2rd international Conference on Belief Functions*, pages 189–196. Spinger, 2012.

[108] J. Klein, C. Lecomte et P. Miché : Hierarchical and conditional combination of belief functions induced by visual tracking. *International Journal of Approximate Reasoning*, 51:410–428, 2010.

[109] G. Klir et A. Ramer : Uncertainty in the Dempster-Shafer theory : a critical re-examination. *International Journal of General Systems*, 18(2):155–166, 1990.

[110] H. Laanaya, A. Martin, A. Khenchaf et D. Aboutajdine : Extraction de connaissances à partir de données pour la classification des images sonar. *Revue Traitement du Signal*, 25(1):55–74, 2008.

[111] P. J. M. Van Laarhoven et W. Pedrycz : A fuzzy extension of Saaty's priority theory. *Fuzzy Sets and Systems*, 11:199–227, 1983.

[112] H.L. Lee et C. Billington : The evaluation of the supply chain management models and practice at Hewlet-Packard. *Interface*, 25:42–63, 1995.

[113] S. M. Lee : *Goal programming for Decision Analysis.* Auerbach Publishers, Philadelphia, 1972.

[114] E. Lefevre : *Fusion adaptée d'informations conflictuelles dans le cadre de la théorie de l'évidence : Application au diagnostic médical.* Thèse de doctorat, Institut des Sciences Appliquées de Rouen, 2001.

[115] E. Lefevre, O. Colot et P. Vannoorenberghe : A classification method based on the Dempster-Shafer's theory and the information criteria. *In Second International Conference on Information Fusion (FUSION'99)*, pages 1179–1184, 1999.

[116] E. Lefevre, O. Colot et P. Vannoorenberghe : Contribution des mesures d'information à la modélisation crédibiliste de connaissance. *Traitement du Signal*, 17(2):87–97, 2000.

[117] E. Lefevre, O. Colot et P. Vannoorenberghe : Belief function combination and conflict management. *Information Fusion*, 3:149–162, 2002.

[118] E. Lefevre, O. Colot et P. Vannoorenberghe : Reply to the comments of r. heanni on the paper "belief functions combination and conflict management". *Information Fusion*, 4(1):63–65, 2003.

[119] E. Lefevre, O. Colot et P. Vannoorenberghe : Knowledge modeling methods in the framework of Evidence Theory : An experimental comparison for melanome detection. *In International Conference IEEE System, Man and Cybernetics (SMC'2000)*, pages 2806–2811, October 2000.

[120] E. Lefevre, O. Colot, P. Vannoorenberghe et D. de Brucq : Informations et combinaison : les liaisons conflictuelles. *Revue Traitement du Signal*, 18(3):161–177, 2001.

[121] E. Lefevre, O. Colot, P. Vannoorenberghe et D. de Brucq : A generic framework for resolving the conflict in the combination of belief structures. *In Third International Conference on Information Fusion (FUSION'2000)*, pages MOD4 11–18, July 2000.

[122] E. Lefevre, Z. Elouedi et D. Mercier : Towards an alarm for opposition conflict in a conjunctive combination of belief functions. *In 11th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU'11)*, pages 314–325. Springer-Verlag, 2011.

[123] E. Lefevre et N.E. El Faouzi : Estimation et fusion des temps de parcours routiers par la théorie de l'évidence. *In Workshop Fouilles de données complexes dans un processus d'extraction de connaissances, Extraction et Gestion des Connaissances (EGC'2006)*, 2006.

[124] E. Lefevre, J.P. Mamata et D. Jolly : Classification par la théorie de l'évidence pour la gestion de tournée de véhicules. *In Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA'2004)*, 2004.

[125] E. Lefevre, P. Vannoorenberghe et O. Colot : Using information criteria in Dempster-Shafer's basic belief assignment. *In 8th International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ'IEEE 99)*, pages 173–178, August 1999.

[126] E. Lefevre, P. Vannoorenberghe et O. Colot : About the use of Dempster-Shafer theory for color image segmentation. *In First International Conference on Color in Graphics and Image Processing (CGIP'2000)*, pages 164–169, October 2000.

[127] E. Lefevre, P. Vannoorenberghe et O. Colot : Basic belief assignment in the framework of information theory. *In 7th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing (EUFIT'99)*, Aachen, September 1999.

[128] E. Lefevre, P. Vannorenberghe et O. Colot : Combination rules for belief functions. *In 10th Symposium on Applied Stochastic Model and Data Analysis (ASMDA'2001)*, pages 678–683, Juin 2001.

[129] Y. Lemeret, E. Lefevre et D. Jolly : An association algorithm for tracking multiple moving objects. *In IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC'2006)*, pages 1334–1339, 2006.

[130] Y. Lemeret, E. Lefevre et D. Jolly : Improvement of an association algorithm for obstacle tracking. *Information Fusion*, 9(2):234–245, 2008.

[131] M. Leroux : *Dynamique du temps et du climat*. Coll. Masson Sciences. Dunod Ed., Paris, 2000.

[132] M. Leroux : *Dynamic analysis of weather and climate atmospheric circulation, peturbation, climatic evolution*. Serie. Environmental Sciences. Springer, Berlin, 2010.

[133] C. Lett, C. Roy, A. Levasseur et C.D. Van Der Lingen : Simulation and quantification of enrichment and retention processes in the southern benguela upwelling ecosystem. *Fisheries Oceanography*, 15(5):363–372, 2006.

[134] P. Lièvre et N. Tchernev : *La logistique entre management et optimisation*. Hermes Science publication, 2004.

[135] W. Liu : Analyzing the degree of conflict among belief functions. *Artificial Intelligence*, 170(11):909–924, 2006.

[136] Z. G. Liu, Q. Pan, Y-M. Cheng et J. Dezert : Sequential adaptative combination of unrelable sources of evidence. *In Proceedings of 1st Workshop on the Theory of Belief Functions*, 2010.

[137] A. Martin : Comparative study of information fusion methods for sonar images classification. *In International Conference on Information Fusion (FUSION'05)*, 2005.

[138] A. Martin : Fusion de classifieurs pour la classification d'images sonar. *Revue des Nouvelles Technologies de l'Information*, E-5:259–268, 2005.

[139] A. Martin : Fusion d'informations haut niveau - Application à la classification d'images sonar. *In Atelier Fouille de données complexes dans un processus d'extraction des connaissances, Extraction et Gestion Des Connaissances (EGC'05)*, pages 11–20, 2005.

[140] A. Martin : About conflict in the Theory of Belief Functions. *In 2rd International Conference on Belief functions*, pages 161–168. Springer, 2012.

[141] A. Martin, A.L. Jousselme et C. Osswald : Conflict measure for the discounting operation on belief functions. *In International conference on Information Fusion (FUSION'08)*, pages 1003–1010, 2008.

[142] A. Martin et C. Osswald : Toward a combination rule to deal with partial conflict and specificity in belief functions theory. *In Proceedings of Int. Conf. On Information Fusion (FUSION'07)*, 2007.

[143] A. Martin et I. Quidu : Decision support with belief functions theory for seabed characterization. *In International conference on Information Fusion (FUSION'08)*, 2008.

[144] L. Y. Maystre, J. Pictet et J. Simos : *Méthodes multi-critères Electre. Description, conseils pratiques et cas d'application à la gestion environnementale*. Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, Suisse, 1994.

[145] D. Mercier : *Fusion d'informations pour la reconnaissance automatique d'adresses postales dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance.* Thèse de doctorat, Univeristé de Technologie de Compiègne, 2006.

[146] D. Mercier, G. Cron, T. Denoeux et M.-H. Masson : Decision fusion for postal address recognition using belief functions. *Expert Systems with Applications*, 36(3, part 1):5643–5653, 2009.

[147] D. Mercier, Z. Elouedi et E. Lefevre : Sur l'affaiblissement d'une fonction de croyance par une matrice de confusion. *In 19ème Rencontres Francophones sur la Logique Floue et Ses Applications (LFA 2010)*, pages 277–283, 2010.

[148] D. Mercier, E. Lefevre et F. Delmotte : Belief functions contextual discounting and canonical decompositions. *International Journal of Approximate Reasoning*, 53(2):146–158, 2012.

[149] D. Mercier, E. Lefevre et D. Jolly : Object association in the TBM framework, application to vehicle driving aid. *In Proceedings of 6th International Symposium on Imprecise Probability : Theories and Applications (ISIPTA)*, pages 317–326, Durham, United Kingdom, 2009.

[150] D. Mercier, E. Lefevre et D. Jolly : Association pour le suivi d'objets dans le cadre des fonctions de croyance, appliquée aux véhicules intelligents. *Revue des Nouvelles Technologies de l'Information, numéro spécial "Fouille de données complexes"*, E-18:25–50, 2010.

[151] D. Mercier, E. Lefevre et D. Jolly : Object association with belief functions, an application with vehicles. *Information Sciences*, 181(24):5485–550, 2011.

[152] D. Mercier, B. Quost et T. Denoeux : Refined modeling of sensor reliability in the belief functions framework using contextual discounting. *Information Fusion*, 9(2):246–258, 2008.

[153] S. E. Merzouk : *Problème de dimension de lots et de livraisons : application au cas d'une chaîne logistique.* Thèse de doctorat, université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2007.

[154] M.G. Morgan et D.W. Keith : Subjective judgments by climate experts. *Environmental Science and Technology*, 29(10):468A–476A, 1995.

[155] G. Morvan : *Approche multi-agents d'un système d'aide à la décision en environnement dynamique et incertain - Application à l'entomologie médico-légale.* Thèse de doctorat, Université d'Artois, 2009.

[156] G. Morvan, D. Dupont et P. Kubiak : A simulation-based model of abduction. *In European Simulation and Modelling Conferences, ESM'08*, pages 183–187, 2008.

[157] G. Morvan, A. Veremme, D. Mercier et E. Lefevre : Application du Modèle des Croyances Transférables dans le cadre d'expertises en entomologie médico-légale. *In Worshop Fouille de Données Complexes Dans un Processus D'extraction de Connaissances, 5ème Journée D'Extraction et Gestion de Connaissances (EGC)*, pages 49–60, 2008.

[158] A. Moutet : *Les logiques de l'entreprise, la rationalisation dans l'industrie française de l'Entre-deux-guerres*. EHESS, Paris, 1997.

[159] C.K. Murphy : Combining belief functions with evidence conflicts. *Decision Support Systems*, 29(1):1–9, 2000.

[160] A. Nifle et R. Reynaud : Un argument pour le choix entre décision pignistique et maximum de plausibilité en théorie de l'évidence. *In 16th colloque sur le traitement du signal et des images (GRETSI'97)*, pages 1411–1414, 1997.

[161] C. Osswald et A. Martin : Understanding the large family of Dempster-Shafer theory's fusion operators - a decsion-based measure. *In Proceedings of Int. Conf. On Information Fusion (FUSION'06)*, 2006.

[162] N. Pal, J. Bezdek et R. Hemasinha : Uncertainty measures for evidential reasoning I : a review. *International Journal of Approximate Reasoning*, 7(3-4):165–183, 92.

[163] F. Perisse, E. Lefevre, D. Mercier, D. Roger et E. Mateo : Diagnostic based on high frequency resonances and information fusion. *In IEEE International Symposium on Electrical Insulation (ISEI'08)*, pages 628–631, 2008.

[164] F. Périsse, D. Mercier, E. Lefevre et D. Roger : Robust diagnostics of stator insulation based on high frequency measurements. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 16(5):1496–1502, 2009.

[165] M. Petrou et A. Stassopoulou : Advanced techniques for fusion of information in remote sensing : an overview. *In Conference on Image and Signal Processing for Remote Sensing*, volume 3870, pages 264–275, 1999.

[166] R. Pusca, C. Demian, D. Mercier, E. Lefevre et R. Romary : An improvement of a diagnosis procedure for AC machines using two external flux sensors based on a fusion process with belief functions. *In International Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON'12)*, 2012.

[167] B. Ristic et P. Smets : The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declaration. *Information Fusion*, 7:276–284, 2006.

[168] B. Ristic et P. Smets : Global cost of assignment in the TBM framework for association of uncertain ID reports. *Aerospace Science and Technology*, 11:303–309, 2007.

[169] B. Roy : Classement et choix en présence de points de vues multiples (la méthode ELECTRE). *Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationelle*, 2(8):57–75, 1968.

[170] B. Roy : ELECTRE III : Un algorithme de classements fondé sur une rprésentation floue des préférences de critères multiples. *Cahiers du Centre d'Etudes et de Recherche Opérationelle*, 20(1):3–24, 1978.

[171] B. Roy : *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. Economica, Paris, 1985.

[172] B. Roy et P. Bertier : La méthode ELECTRE II - Une application au média-planing. *In* M. Ross, éditeur : *OR'72*, pages 291–302. North-Holland Publishing Compagny, 1973.

[173] B. Roy et J. C. Hugonnard : Ranking of suburban extension projects on the Paris metro system by a multicriteria method. *Transportation Research*, 16A(4):301–312, 1982.

[174] B. Roy et J.C. Hugonnard : Classement des prolongements de lignes de métro en banlieue parisienne. *Cahiers du Centre d'Etude en Recherche Operationelle*, 24(2-3-4):153–171, 1982.

[175] T. Saaty : A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15:234–281, 1977.

[176] T. Saaty : *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, New-York, 1980.

[177] T. Saaty : An exposition of the AHP in reply to the paper remarks on the Analytic Hierarchy Process. *Management Science*, 36(3):426–447, 1990.

[178] T. Saaty : Decision making with the analitic hyerarchy process. *International Journal Services Sciences*, 1(1):83–98, 2008.

[179] A. Samet, Z. Ben Dhiaf, A. Hamouda et E. Lefevre : Classification of high-resolution remote sensing image by adapting the distance belief function estimation model. *In IEEE International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA'2011)*, 2011.

[180] A. Samet et E. Lefevre : Generic discounting evaluation approach for urban image classication. *Soumis à Pattern Recognition Letters*, 2012.

[181] G. Saporta : *Probabilités, analyse de données et statistiques*. Technip, Paris, 1990.

[182] L.J. Savage : *The fundations of statistics*. Wiley, New-York, 1954.

[183] A. Scharlig : *Décider sur plusieurs critères : panorama de l'aide à la décision multicritère*. Presses Polytechniques Romandes, 1985.

[184] M. J. Schniederjans : *Goal Programming : Methodology and Applications*. Springer, 9 édition, 1995.

[185] J. Schubert : Conflict management in Dempster-Shafer theory using the degree of falsity. *International Journal of Approximate Reasoning*, 52(3):449–460, 2011.

[186] J. Schubert : The internal conflict of a Belief Function. *In 2rd international Conference on Belief functions*, pages 169–177. Springer, 2012.

[187] K. Sentz et S. Ferson : Combination of evidence in Dempster-Shafer theory. Rapport technique, SANSIA, 2002.

[188] G. Shafer : *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1976.

[189] D. Simchi-Levi, P. Kaminsky et E. Simchi-Levi : *Designing and managing the supply chain : concepts, strategies and case studies*. McGraw-Hill, 3rd édition, 2007.

[190] F. Smarandache et J. Dezert : *Applications and advancesof DSmT for Information Fusion*, volume 1. American Research Press Rehoboth, 2004.

[191] F. Smarandache et J. Dezert : Information fusion based on new proportionnal conflict redistribution rules. *In Int. Conf. On Information Fusion (FUSION'05)*, 2005.

[192] F. Smarandache et J. Dezert : *Applications and advances of DSmT for Information Fusion*, volume 2. American Research Press Rehoboth, 2006.

[193] F. Smarandache et J. Dezert : *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, volume 3. American Research Press Rehoboth, 2009.

[194] P. Smets : Bayes's theorem generalized for belief functions. *In European Conference on Artificial Intelligence (ECAI)*, pages 169–171, 1986.

[195] P. Smets : The combination of evidence in the Transferable Belief Model. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(5):447–458, 1990.

[196] P. Smets : The Transferable Belief Model and random sets. *International Journal on Intelligent Systems*, 7:37–46, 1990.

[197] P. Smets : Belief functions : The disjunctive rule of combination and the generalized Bayesian theorem. *International Journal of Approximate Reasoning*, 9:1–35, 1993.

[198] P. Smets : Quantifying beliefs by beliefs functions : An axiomatic justification. *In Proceedings of the 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'93)*, pages 598–603. Morgan Kauffmann, 1993.

[199] P. Smets : *Adavances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, chapitre What is Dempster-Shafer's Model ?, pages 5–34. Wiley, 1994.

[200] P. Smets : The canonical decomposition of a weighted belief. *In Inter. Joint Conf. On Artificial Intelligence*, pages 1896–1901, San Matco, CA, 1995. Morgan Kaufman.

[201] P. Smets : Belief functions on real number. *International Journal of Approximate Reasoning*, 40:181–223, 2005.

[202] P. Smets : Decision making in the TBM : The necessity of the pignistic transformation. *International Journal of Approximate Reasoning*, 38:133–147, 2005.

[203] P. Smets : Analyzing the combination of conflicting belief functions. *Information Fusion*, 8(4):387–412, 2007.

[204] P. Smets et R. Kennes : The Transferable Belief Model. *Artificial Intelligence*, 66(2):191–234, 1994.

[205] T. J. Stewart : *Multiple Criteria Decision Analysis : state of the art surveys*, chapitre Dealing with uncertainties in MCDA, pages 445–470. Springer Verlag, 2005.

[206] R. E. Stinner, A. P. Gutierrez et G. D. Butler : An algorithm for température-dependant growth rate simulation. *The Canadian Entomologist*, 106:519–524, 1974.

[207] G.J. Székely : *Paradoxes in Probability Theory and Mathematical Statistics*. Reidel, 1986.

[208] M. Tabassian, R. Ghaderi et R. Ebrahimpour : Combination of multiple diverse classifiers unsing belief functions for handling data with imperfect labels. *Expert Systems with Applications*, 39(2):1618–1707, 2012.

[209] J-M. Tacnet : *Prise en compte de l'incertitude dans l'expertise des risques naturels en montagne par analyse multicritères et fusion d'informations*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines, Saint-Etienne, 2009.

[210] J-M. Tacnet, M. Batton-Hubert et J. Dezert : A two-step fusion process for multi-criteria decision applied to natural hazards in mountains. *In 1st Workshop on Belief Functions*, 2010.

[211] A. Taleb-Ahmed et L. Gautier : On information fusion to improve segmentation of MRI sequence. *Information Fusion*, 3(2):103–117, 2002.

[212] B. Tessem : Approximations for efficient computation in the theory of evidence. *Artificial Intelligence*, 61(2):315–329, 1993.

[213] C. Thierry : Gestion de chaînes logistiques : Modèles et mise en œuvre pour l'aide à la décision à moyen terme, 2003. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches soutenu à l'Université de Toulouse II.

[214] C. Thierry, A. Thomas et G. Bel : *La simulation pour la gestion de chaînes logistiques*. Ic2 Systèmes Automatisés. Hermes Science Publication, 2008.

[215] D. Tixier, H. Mathe et J. Colin : *La logistique d'entreprise, vers un management plus compétitif*. Collection Gestion Sup. Edition Dunod, 2ème édition, 1996.

[216] E. Triantaphyllou : *Multi-Criteria Decision Making methods : a comparative study*. Kluwer Academic Publishers, 2000.

[217] P. Vallin : *La logistique : Le pilotage de la Supply Chain*. Techniques de gestion. Economica, 5ème édition, 2010.

[218] P. Vannoorenberghe et T. Denoeux : Likelihood-based vs distance-based evidential classifiers. *In IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 320–323, 2001.

[219] P. Vannoorenberghe, E. Lefevre et O. Colot : Traitement d'images et Théorie des fonctions de croyance. *In Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA'2003)*, pages 287–294, 2003.

[220] A. Veremme : *Intérêts et usages de la théories des fonctions de croyance pour les sytèmes d'aide à la décision fondés sur les systèmes multi-agents. Application à l'entomologie médico-légale*. Thèse de doctorat, Université d'Artois, 2010.

[221] A. Veremme, D. Dupont, E. Lefevre et E. Mercier : Belief assignment on compound hypotheses within the framework of Transferable Belief Model. *In 12th International Conference on Information Fusion (FUSION'09)*, pages 498–505, 2009.

[222] A. Veremme, E. Lefevre et D. Jolly : Estimation de fonctions de masse de croyance, utilisation et confrontation dans le cadre d'expertises en entomologie médico-légale. *In Rencontres Francophones sur la Logique Floue et Ses Applications (LFA'08)*, pages 242–249, 2008.

[223] A. Veremme, E. Lefevre, G. Morvan, D. Dupont et D. Jolly : Evidential calibration process of multi-agent based system : An application to forensic entomology. *Expert Systems with Applications*, 39(3):2361–2374, 2012.

[224] A. Veremme, E. Lefevre, G. Morvan et D. Jolly : Application of the belief function theory to validate multi-agent based simulations. *In 1st Workshop on Belief Functions*, page paper 123, 2010.

[225] P. Vincke : *L'aide multicritère à la décision.* Editions de l'Université de Bruxelles, Bruxelles, 1989.

[226] F. Voorbraak : On the justification of Dempster's rule of combinations. *Artificial Intelligence*, 48:171–197, 1991.

[227] P. Walley : Belief function representations of statistical evidence. *The Annals of Statistics*, 15(4):1439–1465, 1987.

[228] P. Walley : *Statistical with imprecise probabilities.* Chapman and Hall, London, 1991.

[229] P. Walley et S. Moral : Upper probabilities based onlo on the likelihood function. *Journal of Royal Statistical Society, Serie B*, 61(4):831–847, 1999.

[230] Y-M. Wang, Y. Luo et Z. Hua : On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications. *European Journal of Operational Research*, 186:735–747, 2008.

[231] N. Wilson : *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems, Algorithms for Uncertainty and Defeasible Reasoning (Vol. 5)*, chapitre Algorithms for Dempster-Shafer, pages 421–476. 2000.

[232] S. Wong et P. Lingras : Representation of qualitative preference by quantitative belief functions. *IEEE Transactions on Knowledge and data Engineering*, 6:72–78, 1994.

[233] M. Wooldridge : *An introduction to multiagent systems.* John Wiley & Sons, 2009.

[234] L. Xu, A. Krzyzak et C.Y. Suen : Methods of combining multiple classifiers and their applications to handwriting recongition. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, 22(3):418–435, 1992.

[235] R.R. Yager : Entropy and specificity in a mathematical theory of evidence. *International Journal of General Systems*, 9:249–260, 1983.

[236] R.R. YAGER : On the Dempster-Shafer framework and new combination rules. *Information Sciences*, 41:93–138, 1987.

[237] R.R. YAGER : Quasi associative operations in the combination of evidence. *Kybernetics*, 16:37–42, 1987.

[238] A. Ben YAGHLANE, T. DENOEUX et K. MELLOULI : Constructing belief functions from expert opinions. *In 2nd International Conference on Information and Communication Technologies : from Theory to Applications (ICTTA'06)*, pages 75–89, 2006.

[239] B. Ben YAGHLANE, P. SMETS et K. MELLOULI : Belief function independence : I. the marginal case. *International Journal of Approximate Reasoning*, 29(1): 47–70, 2002.

[240] B. Ben YAGHLANE, P. SMETS et K. MELLOULI : Belief function independence : II. the conditional case. *International Journal of Approximate Reasoning*, 31(1-2):31–75, 2002.

[241] K. YAMADA : A new combination of evidence based on compromise. *Fuzzy sets and systems*, 159(13):1689–1708, 2008.

[242] S-L. YANG et C. FU : Constructing confidence belief functions from one expert. *Expert Systems with Applications*, 36(4):8537–8548, 2009.

[243] Z. YOUNES, F. ABDALLAH et T. DENOEUX : An evidence-theoretic k-nearest neighbor rule multi-label classification. *In International Conference Scalable Uncertainty Management (SUM'09)*, pages 297–308, 2009.

[244] L.A. ZADEH : Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1:3–28, 1978.

[245] L.A. ZADEH : On the validity of Dempster's rule of combination of evidence. Rapport technique ERL Memo M79/24, University of California, Berkeley, 1979.

[246] L.A. ZADEH : Review of Shafer's mathematical theory of evidence. *AI Magazine*, 5:81–83, 1984.

[247] L.A. ZADEH : A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination. *the Artificial Intelligence Magazine*, 7:85–90, 1986.

[248] M. ZAFFALON et G. de COOMAN : Editorial : Imprecise probability perspectives on artificial intelligence. *Annals of mathematics and artificial intelligence*, 45(1-2):1–4, 2005.

[249] L. ZHANG : Representation, independence and combination of evidence in the Dempster-Shafer theory. *Book title Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, pages 51–69, 1994.

[250] H. ZHU et O. BASIR : An adaptative fuzzy evidential nearest neighbor formulation for classifying remote sensing images. *IEEE Transactions on Geoscience ans Remote Sensing*, 43(8):1874–1888, 2005.

[251] L.M. Zouhal et T. Denoeux : An evidence-theoretic k-NN rule with parameter optimization. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics - Part C*, 28(2):263–271, 1998.

Fonctions de croyance : de la théorie à la pratique

Résumé :
Dans ce document, la conception de systèmes d'aide à la décision dans un cadre imparfait est abordée. Le but de ces systèmes est d'offrir une aide sur la prise de décision à l'expert lorsqu'il est confronté à des systèmes complexes. On entend par systèmes complexes des systèmes pour lesquels la décision doit être prise en considérant un nombre important d'informations. De plus, ces informations peuvent être imparfaites (incertaines, imprécises, incomplètes, etc.). Pour concevoir de tels systèmes, trois phases sont nécessaires :

1. l'acquisition des informations,
2. la modélisation de ces informations,
3. l'extraction des connaissances (ou l'émergence de sens) afin d'offrir l'aide à proprement dite à l'expert qui peut ensuite prendre une décision.

Dans ce mémoire d'habilitation à diriger des recherches, les deux derniers points de cette démarche sont présentés. Afin de modéliser les informations imparfaites, nous utilisons la théorie des fonctions de croyance qui est considérée comme le formalisme fédérateur des théories de l'incertain. Ce formalisme permet de représenter de manière relativement naturelle les connaissances. Par ailleurs, les conceptions de deux systèmes d'aide à la décision sur deux applications distinctes sont également détaillées dans ce manuscrit. La première application concerne la sélection de fournisseur dans le cadre de la gestion d'une chaîne logistique. La seconde traite d'un système d'aide pour l'entomologie médico-légale.

Mots clés :
Aide à la décision, Gestion de données imparfaites, Théorie des fonctions de croyance, Fusion d'informations.

Belief functions : from theory to practice

Abstract :
In this document, the conception of decision support systems in an imperfect context is approached. The goal of these systems is to help the expert to make a decision in the case of complex systems. A complex system is a system for which the decision is based on a large number of information. Moreover, these information can be imperfect (imprecise, uncertain, incomplete, etc.). To realize decision support systems, three steps are needed :

1. the data acquisition,
2. the modelling the information,
3. the knowledge extraction (or make the sense) to provide help to the expert for making a decision.

In this habilitation thesis, two last steps of this process are explained. To deal with the imperfect information, we use the belief function theory considered as the unifying formalism in the uncertainty theories. This theory allows us to easily represent the knowledge. Furthermore, the conception of two decision support systems is introduced in this manuscript. The first application concerns the selection of supplier in the framework of supply chain management, whereas second one deals with the decision support for forensic investigation.

Keywords :
Decision support systems, Imperfect data, Belief functions, Information Fusion.