

Association pour le suivi d'objets dans le cadre des fonctions de croyance, appliquée aux véhicules intelligents

David Mercier*, Eric Lefevre**, Daniel Jolly***

Laboratoire de Génie Informatique et d'Automatique de l'Artois (LGI2A),
UPRES EA 3926

Faculté des Sciences Appliquées Université d'Artois,
Technoparc Futura, 62400 Béthune

* david.mercier@univ-artois.fr

** eric.lefevre@univ-artois.fr

*** daniel.jolly@fsa.univ-artois.fr

Résumé. Le problème traité dans cet article concerne le suivi d'obstacles dans le cadre de l'aide à la conduite automobile, et plus particulièrement l'étape d'association. Cette étape consiste à mettre en relation des mesures sur des objets détectées à un instant donné, avec des pistes correspondant aux trajectoires suivies à des instants antérieurs. Généralement les mesures sur ces objets sont issues de plusieurs capteurs, et sont entachées d'erreurs. Une étape de fusion multi-capteurs permet alors d'obtenir un consensus de meilleure qualité. Introduites par Dempster et Shafer, les fonctions de croyance constituent un cadre bien adapté pour la représentation et la manipulation d'informations imparfaites. Ainsi, celles-ci ont servies de base à l'implémentation d'un algorithme d'association introduit par Rombaut puis développé par Gruyer. Dans cet article, une modélisation de ce problème, dans le cadre du modèle des croyances transférables, est introduite. Elle diffère des approches précédentes notamment sur le choix de la méthode de combinaison, et sur la construction de la décision. Cette approche est validée par des tests sur des données réelles.

1 Introduction

Dans le cadre du suivi d'obstacles, notamment pour l'aide à la conduite automobile, l'étape d'association consiste à établir une corrélation entre les pistes (objets connus) et les cibles (objets perçus). Ces mises en correspondance se révèlent d'autant plus complexes que le nombre de cibles ou de pistes est important et que les mesures sur ces objets sont imparfaites. Pour réaliser cette association, plusieurs architectures dans un cadre probabiliste ont été proposées (Bar-Shalom, 1992, 2000; Blackman et Popoli, 1999) telles que les méthodes MHT¹ (Reid, 1978; Cox et Miller, 1995), PDAF² (Bar-Shalom et Tse, 1973), JPDAF³ (Fortmann et al., 1980, 1983;

¹Multi Hypothesis Tracking

²Probabilistic Data Association Filter

³Joint Probabilistic Data Association Filter

Cox et Hingorani, 1996). Ces méthodes classiques d'association pour le suivi favorisent soit les pistes (PDAF, JPDAF), soit les cibles (MHT). En outre, le modèle de représentation des connaissances de ces différents algorithmes, reposant sur un cadre probabiliste, ne permet pas de gérer facilement toutes les imperfections des données. Ainsi, des travaux reposant sur des cadres plus généraux se sont développés, avec notamment des travaux basés sur le cadre des fonctions de croyance (Rombaut, 1998; Rombaut et Cherfaoui, 1997; Gruyer et al., 2003; El Najjar et Bonnifait, 2005) qui font l'objet de cet article.

Les fonctions de croyance constituent un des principaux cadres pour raisonner avec des informations imparfaites : incomplètes, imprécises, incertaines, . . . (Dubois et Prade, 1985). Ce cadre, introduit par Dempster (1968) et Shafer (1976), généralise les mesures de probabilité ainsi que les mesures de possibilité, et est employé dans différents modèles avec toutefois un sens différent, par exemple : le modèle de Dempster (1968) et le Hints Model de Kohlas et Monney (1995) basés sur le modèle des probabilités inférieures et supérieures, la théorie des ensembles aléatoires (Goodman et al., 1997), et le Modèle des Croyances Transférables (MCT) développé par Smets (1994, 1998); Smets et Kennes (1994), dans lequel une fonction de croyance est interprétée comme une opinion pondérée d'un capteur ou d'un agent en charge du raisonnement.

Le cadre des fonctions de croyance a servi de base à l'implémentation d'un algorithme d'association initié par Rombaut (1998) puis développé par Gruyer et al. (2003). Dans (Rombaut, 1998), pour des raisons de simplicité, une fusion adaptée à l'application a été introduite. Dans (Gruyer et al., 2003), cette combinaison est reprise, et une méthode de décision basée sur des matrices de croyance et l'application d'un algorithme de couplage est introduite (Gruyer, 1999). Une autre approche de combinaison est encore développée par Lemeret et al. (2008).

Dans cet article, une modélisation du problème d'association d'objets basée sur l'emploi des outils classiques du Modèle des Croyances Transférables est proposée. Cette approche diffère des approches précédentes notamment sur le choix de la méthode de combinaison et sur la construction de la décision. Il est montré que la combinaison conjonctive, ou combinaison de Dempster non normalisée, peut être appliquée, et que les probabilités pignistiques peuvent être calculées même en situation réelle, les expressions analytiques de ces dernières étant données. Enfin, cette approche est testée sur des données réelles. Elle fournit sur ces dernières des résultats probants d'associations de véhicules.

Cet article est organisé de la manière suivante. Les concepts de base du MCT sont abordés dans la Section 2. La Section 3 présente un algorithme pour l'association d'objets dans le cadre des fonctions de croyance. Enfin, des tests sur des données réelles sont exposés dans la section 4. Cette application permet d'illustrer le comportement de l'approche proposée.

2 Modèle des Croyances Transférables (MCT) : présentation et outils utilisés

Cette section expose les bases et les outils du MCT employés dans le modèle d'association d'objets présenté dans cet article. Une description plus complète du MCT, dans le cadre du traitement de l'information, a été rédigée par Vannoorenberghe (2003).

Dans le MCT, deux niveaux sont distingués dans la modélisation du raisonnement de l'agent rationnel en charge de la prise de décision (Dubois et al., 1996) :

- le niveau *crédal*, où sont représentées et manipulées les informations disponibles ;
- le niveau *décisionnel*, siège de la construction de la décision de l'agent.

2.1 Représentation des informations

2.1.1 Fonctions de croyance

La connaissance d'un agent est modélisée par l'allocation d'une masse finie de croyance à des sous-ensembles de l'univers de discours.

Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$, appelé cadre de discernement ou univers, un ensemble fini de réponses à une certaine question Q d'intérêt. Une *fonction de masse de croyance* sur Ω est une application $m^\Omega : 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$ telle que :

$$\sum_{A \subseteq \Omega} m^\Omega(A) = 1. \quad (1)$$

En l'absence d'ambiguïté sur son cadre de discernement, une fonction de masse de croyance m^Ω pourra être notée plus simplement m .

La fonction de masse m représente l'état de connaissance d'un agent rationnel Ag relativement à la question Q . La masse $m(A)$ représente la part de croyance de l'agent Ag allouée à la proposition : « la réponse à la question Q se trouve dans le sous-ensemble A de Ω , et dans aucun sous-ensemble strict ». Le réel $m(\Omega)$ représente le degré d'ignorance de l'agent Ag . Ainsi, la fonction de masse définie par $m(\Omega) = 1$ représente l'ignorance totale. Cette fonction est appelée *fonction de masse vide* et est notée m_Ω . Le nombre $m(\emptyset)$ représente le degré de conflit, et joue un rôle d'alarme dans le MCT (Smets, 2007). Remarquons que, dans le cadre du MCT, ce nombre peut être non nul. Tout sous-ensemble A de Ω tel que $m(A) > 0$ est appelé *élément focal* (EF) de m .

Une fonction de masse m est en correspondance biunivoque avec les fonctions de crédibilité bel et de plausibilité pl :

$$bel(A) = \sum_{\emptyset \neq B \subseteq A} m(B) \quad \forall A \subseteq \Omega, \quad (2)$$

$$pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) = bel(\Omega) - bel(\bar{A}) \quad \forall A \subseteq \Omega. \quad (3)$$

La quantité $bel(A)$ représente le *degré de croyance* de l'agent en A . Les fonctions (bel, pl, m) représentent de différentes manières une même information.

Si les éléments focaux de m sont des singletons, c'est-à-dire $m(A) > 0 \Rightarrow |A| = 1$, où $A \subseteq \Omega$, alors bel et pl sont identiques, et définissent une mesure de probabilité, la réciproque étant vraie.

Si les éléments focaux sont emboîtés, c'est-à-dire $\{A_i \mid m(A_i) > 0\}$ vérifie $A_1 \subseteq \dots \subseteq A_n$, alors pl est une mesure de possibilité, et bel est sa mesure de nécessité duale. La réciproque est vraie : une mesure de possibilité associée à une mesure de nécessité définissent des fonctions bel et pl dont la fonction de masse associée a ses éléments focaux emboîtés.

Ainsi, les fonctions de croyance englobent les mesures de probabilité et de possibilité :

- une mesure de probabilité est une fonction de croyance maximale précise,
- une mesure de possibilité est une fonction de plausibilité consonante.

2.1.2 Grossissement et raffinement

Dans le cadre des fonctions de croyance, la détermination du cadre de discernement est une étape cruciale dans la modélisation de toute application réelle. Comme le souligne Shafer (1976, chapitre 6), la détermination de ce cadre est toujours une affaire de « convention », étant donné que chaque élément du cadre de discernement représente une réponse à une question posée, un état du monde, qui peut toujours être divisé en différentes alternatives. Ainsi, les concepts de *grossissement* (« coarsening ») et *raffinement* (« refinement ») ont été définis de la manière suivante.

Étant donnés Θ et Ω deux cadres de discernement, une fonction $\rho : 2^\Theta \rightarrow 2^\Omega$ est appelée *raffinement* de Θ si et seulement si :

1. l'ensemble $\{\rho(\{\theta\}), \theta \in \Theta\} \subseteq 2^\Omega$ est une partition de Ω , et
2. pour tout $A \subseteq \Theta$:

$$\rho(A) = \bigcup_{\theta \in A} \rho(\{\theta\}). \quad (4)$$

Lorsqu'une telle application ρ existe, Θ est appelé *grossissement* de Ω , et Ω est appelé *raffinement* de Θ . La figure 1 illustre un exemple.

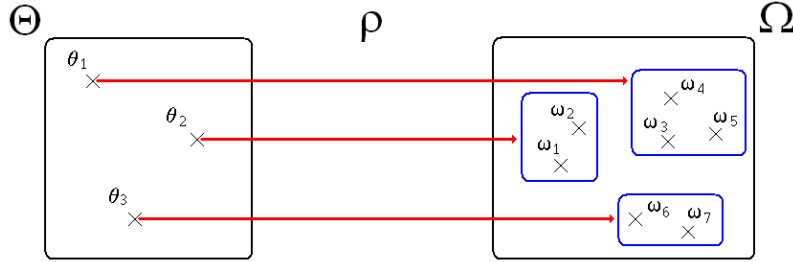


FIG. 1 – Illustration d'un grossissement Θ de Ω associé à un raffinement ρ de Θ .

2.2 Manipulation des informations

2.2.1 Extension vide

L'opération d'*extension vide* permet de transporter une fonction de masse de croyance m^Θ , traduisant un certain état de connaissance sur Θ , dans un référentiel plus fin Ω raffinement de Θ . Issue du *principe de minimum d'informations* (Smets, 1993), l'extension vide est notée avec une flèche dirigée vers le haut, et est définie par :

$$m^{\Theta \uparrow \Omega}(\rho(A)) = m^\Theta(A), \quad \forall A \subseteq \Theta, \quad (5)$$

où ρ est le raffinement de Θ dans Ω .

2.2.2 Combinaison d'informations

Deux fonctions de masse m_1 et m_2 issues de deux sources d'informations fiables et distinctes, peuvent être combinées en utilisant la *règle de combinaison conjonctive* ou *règle de Dempster non normalisée*, définie par :

$$m_1 \odot m_2(A) = m_{1 \odot 2}(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C), \quad \forall A \subseteq \Omega. \quad (6)$$

L'hypothèse de normalisation ($m(\emptyset) = 0$) peut être retrouvée en procédant à une étape de normalisation de la manière suivante :

$$m_1 \oplus m_2(A) = m_{1 \oplus 2}(A) = \begin{cases} \frac{m_{1 \odot 2}(A)}{1 - m_{1 \odot 2}(\emptyset)} & \text{si } \emptyset \neq A \subseteq \Omega, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7)$$

Cette règle de combinaison, dénommée *règle de combinaison de Dempster*, ne peut s'employer que lorsque les fonctions de masse m_1 et m_2 ne sont pas en conflit total (c'est-à-dire lorsque $m(\emptyset) \neq 1$). D'autres règles alternatives sont exposées dans (Dubois et Prade, 1988; Yager, 1987; Lefevre et al., 2001, 2002; Smets, 2007; Denoëux, 2008).

2.2.3 Affaiblissement d'une information

Un doute sur la fiabilité d'une source ayant fourni une information m est parfois possible. L'opération d'affaiblissement de m par une constante $\alpha \in [0, 1]$, appelé *taux d'affaiblissement*, permet de prendre en compte cette *métaconnaissance* sur l'information m . Cette opération de correction de m est définie par :

$$\begin{cases} \alpha m(A) &= (1 - \alpha)m(A), \quad \forall A \subset \Omega, \\ \alpha m(\Omega) &= (1 - \alpha)m(\Omega) + \alpha, \end{cases} \quad (8)$$

ou, plus simplement :

$$\alpha m = (1 - \alpha)m + \alpha m_\Omega. \quad (9)$$

Le coefficient $\beta = (1 - \alpha)$ représente le degré de fiabilité de la source d'information. Si la source n'est pas fiable, ce degré de fiabilité β est égal à 0, le taux d'affaiblissement α est égal à 1, et αm est égale à la fonction de masse vide m_Ω . Au contraire, si la source est fiable, le taux d'affaiblissement α est nul, et m n'est aucunement affaiblie. En pratique, la fiabilité d'une source est rarement connue avec certitude, d'où un degré de fiabilité entre 0 et 1.

Cette opération d'affaiblissement initialement introduite par Shafer (1976, page 252), a été démontrée par Smets (1993, Section 5.7) dans le cadre du MCT. D'autres mécanismes de correction sont exposés dans (Fabre et al., 2001; Mercier et al., 2008a,b).

2.3 Niveau décisionnel

Lorsqu'une décision doit être prise, des *principes de rationalité* (Degroot, 1970) justifient la stratégie consistant à choisir la décision d parmi un ensemble de décisions possibles \mathcal{D} minimisant le *risque espéré* défini par :

$$R(d) = \sum_{\omega \in \Omega} c(d, \omega) P^\Omega(\{\omega\}), \quad (10)$$

Association d'objets dans le cadre du MCT

où $P^\Omega : 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$ est une mesure de probabilité et $c : \mathcal{D} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de coût, $c(d, \omega)$ représentant le coût de décider d sachant que la vérité est ω .

À ce niveau, la fonction de croyance éventuellement obtenue après combinaison doit donc être transformée en une mesure de probabilité. Une solution (Dencœux, 1997) consiste à utiliser la *transformation pignistique* en calculant la *probabilité pignistique* (Smets, 2005) définie par :

$$BetP^\Omega(\{\omega\}) = \sum_{\{A \subseteq \Omega, \omega \in A\}} \frac{m(A)}{|A| (1 - m(\emptyset))}, \quad \forall \omega \in \Omega. \quad (11)$$

La décision choisie est alors celle qui minimise le risque pignistique défini par :

$$R_{Bet}(d) = \sum_{\omega \in \Omega} c(d, \omega) BetP^\Omega(\{\omega\}). \quad (12)$$

Dans le cas de coûts 0-1 où $\mathcal{D} = \Omega$, c'est-à-dire $c(\omega_i, \omega_j) = 1$ si $i \neq j$, 0 sinon, la minimisation du risque pignistique (12) revient à choisir la décision de probabilité pignistique maximale.

Il est aussi possible de choisir des coûts 0-1 avec $\mathcal{D} = \Omega \cup \{d_0\}$, où d_0 , appelée décision de rejet, consiste à refuser une décision lorsque le risque est trop important. Dans ce cas, en notant c_0 le coût associé à la décision de rejet, $c_0 = c(d_0, \omega_i) \forall i \in \{1, \dots, N\}$, la minimisation du risque pignistique (12) revient à choisir la décision :

$$\begin{aligned} d_0 & \text{ si } \max_{i=1, \dots, N} BetP(\{\omega_i\}) < 1 - c_0 \\ \omega_j & \text{ si } BetP(\{\omega_j\}) = \max_{i=1, \dots, N} BetP(\{\omega_i\}) \geq 1 - c_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Le modèle d'association, mis en place dans le cadre de cette application, est développé dans la section suivante.

3 Algorithme d'association d'objets

Dans le cadre des applications liées aux véhicules intelligents, les informations sont obtenues à l'aide de capteurs généralement placés à l'avant du véhicule. Ces informations qualifiées de bas niveau sont alors traitées afin d'obtenir des informations de haut niveau sur les objets de la scène. Dans cette étude, un pré-traitement permet d'obtenir des informations de type (distance ; angle) : $(\rho; \Theta)$ sur chaque objet de la scène. À partir de ces mesures, l'objectif consiste à détecter des obstacles et à prédire d'éventuelles collisions. Autrement dit, ces obstacles ou objets devront être suivis à chaque instant, grâce aux couples (distance ; angle) fournis par chacun de ces objets.

Dans cet article, les fonctions de croyance sont employées afin de représenter et quantifier les relations existantes entre les objets perçus à un instant t , et les objets connus à l'instant précédent $t - 1$. Ces objets perçus seront stockés en mémoire pour être considérés comme des objets connus à l'instant suivant $t + 1$. Cette approche, basée sur les fonctions de croyance, a été initiée par les travaux de Rombaut (1998); Rombaut et Cherfaoui (1997) et développée par Gruyer et al. (2003).

3.1 Représentation des informations par des fonctions de croyance

3.1.1 Cadres de discernement et notations

La première étape du processus de construction des fonctions de croyance, consiste à définir les univers de discours sur lesquels ces fonctions s'expriment.

Les notations suivantes sont introduites :

- X_i : désigne un objet i perçu à un instant t , $i \in I = \{1, \dots, N\}$, N étant le nombre d'objets perçus à l'instant t ,
- Y_j : désigne un objet j connu à l'instant précédent $t - 1$, $j \in J = \{1, \dots, M\}$, M étant le nombre d'objets connus à l'instant $t - 1$,
- $*$: une proposition signifiant aucun objet.

L'objectif du processus d'association consiste à trouver la meilleure combinaison parmi un ensemble de combinaisons possibles entre un ensemble d'objets perçus $\{X_1, X_2, \dots, X_N, *\}$ et un ensemble d'objets connus $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_M, *\}$, sous les contraintes suivantes :

- chaque objet perçu X_i est associé avec au maximum un objet connu,
- chaque objet connu Y_j est associé avec au maximum un objet perçu,
- la proposition $*$, signifiant aucun objet, peut être associée à plusieurs objets.

Les cadres de discernement entrant en jeu dans cette application, sont les suivants :

- $\Omega_{i,j} = \{o_{i,j}, n_{i,j}\}$, qui contient les deux réponses possibles à la question $Q_{i,j}$: « Oui ou non, l'objet perçu X_i est-il associé à l'objet connu Y_j ? » ;
- $\Omega_{X_i} = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_M, *\}$, qui contient l'ensemble des réponses à la question Q_{X_i} : « À qui est associé l'objet perçu X_i ? », la proposition $*$ signifiant que X_i est apparu ;
- $\Omega_{Y_j} = \{X_1, X_2, \dots, X_N, *\}$, qui contient l'ensemble des réponses à la question Q_{Y_j} : « À qui est associé l'objet connu Y_j ? », la proposition $*$ signifiant que Y_j a disparu ou est caché.

Remarquons que $\Omega_{Y_j} = \Omega_{Y_k}$, pour tout $j, k \in J$, et $\Omega_{X_i} = \Omega_{X_\ell}$, pour tout $i, \ell \in I$. Ainsi Ω_{X_i} , resp. Ω_{Y_j} , peut être noté $\Omega_X \forall i$, resp. $\Omega_Y \forall j$. Le domaine des valeurs que les X_i , resp. Y_j , peuvent prendre est identique pour tout i , resp. j . Néanmoins, dans cet article, les indices pourront être gardés afin de clarifier la question sur laquelle s'exprime une fonction de croyance. Enfin, en l'absence d'ambiguïté, les éléments de ces cadres pourront être simplifiés de la manière suivante :

- $\Omega_{X_i} = J \cup \{*\} = \{1, \dots, M, *\}$,
- $\Omega_{Y_j} = I \cup \{*\} = \{1, \dots, N, *\}$.

Ces cadres étant définis, il reste à déterminer les éléments focaux des fonctions de croyance exprimant les connaissances disponibles au regard des objets perçus X_i et des objets connus Y_j .

3.1.2 Allocation des masses

Comme mentionné précédemment, dans le domaine des véhicules intelligents, des capteurs ou mesures fournissent généralement une information au regard de l'association entre chaque objet X_i et chaque objet Y_j (Rombaut, 1998; Rombaut et Cherfaoui, 1997; Gruyer et al., 2003; El Najjar et Bonnifait, 2005). Ainsi, ces informations sont représentées par des fonctions de croyance $m^{\Omega_{i,j}}$ sur les cadres $\Omega_{i,j}$, $i \in I, j \in J$. Autrement dit, chacune de ces informations de bas niveau fournit des connaissances au regard des faits :

Association d'objets dans le cadre du MCT

- X_i est associé à Y_j , masse allouée à $\{o_{i,j}\}$;
- X_i n'est pas associé à Y_j , masse allouée à $\{n_{i,j}\}$;
- ignorance sur cette association, masse allouée à $\Omega_{i,j} = \{o_{i,j}, n_{i,j}\}$.

Dans cette étude, les hauteurs des masses sont fixées en s'inspirant des travaux de Denœux (1995) :

$$\begin{cases} m^{\Omega_{i,j}}(\{o_{i,j}\}) &= \beta \phi_{i,j}(e_{i,j}) \\ m^{\Omega_{i,j}}(\{n_{i,j}\}) &= \beta (1 - \phi_{i,j}(e_{i,j})) \\ m^{\Omega_{i,j}}(\Omega_{i,j}) &= 1 - \beta \end{cases} \quad (14)$$

où :

- $0 < \beta < 1$ est une constante qui caractérise le degré de fiabilité de la source d'information,
- $\phi_{i,j}(\cdot)$ est une fonction décroissante monotone vérifiant $\phi_i(0) = 1$ et $\lim_{e \rightarrow \infty} \phi_i(e) = 0$,
- $e_{i,j}$ est la mesure de dissimilarité entre la caractéristique de l'objet perçu X_i et celle de l'objet connu Y_j .

Par exemple, dans notre application détaillée dans la section 4, des critères de distance et d'angle permettent la création de deux fonctions de croyance, $m_{distance}^{\Omega_{i,j}}$ et $m_{angle}^{\Omega_{i,j}}$, au regard de l'association entre chaque objet perçu X_i et chaque objet connu Y_j . Une illustration de la création d'une fonction de croyance avec le critère de distance est présentée sur la figure 2.

La fonction $e_{i,j}$ choisie est la différence entre les mesures des objets i et j pour une caractéristique donnée (angle ou distance), et la fonction $\phi_{i,j}$ employée est la fonction exponentielle suivante :

$$\phi_{i,j}(e_{i,j}) = \exp^{-(e_{i,j})^2}. \quad (15)$$

Les valeurs des coefficients β étant fixées à 0.9, les deux fonctions de masse sont combinées par la règle de Dempster pour obtenir une fonction de masse synthèse $m^{\Omega_{i,j}}$ sur $\Omega_{i,j}$:

$$m^{\Omega_{i,j}} = m_{distance}^{\Omega_{i,j}} \oplus m_{angle}^{\Omega_{i,j}} \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (16)$$

Les fonctions de croyance au regard de l'association entre les objets perçus X_i et connus Y_j étant construites, l'étape suivante consiste à fusionner ces informations pour décider de l'association entre ces objets.

3.2 Expression des informations dans un référentiel commun

À l'issue de l'étape de construction précédente, $N \times M$ fonctions de croyance ont été définies au regard de chaque association (objet perçu X_i ; objet connu Y_j). Il convient alors de réunir ces informations pour décider :

- D'où proviennent les objets perçus X_i ?
- Que sont devenus les objets connus Y_j ?

Pour fournir une réponse à ces questions, les $N \times M$ fonctions de croyance créées précédemment, peuvent être combinées sur deux référentiels communs possibles : Ω_X et Ω_Y .

Dans les deux cas, Ω_{X_i} et Ω_{Y_j} étant des raffinements de $\Omega_{i,j}$, chaque information $m^{\Omega_{i,j}}$ peut être exprimée sur Ω_{X_i} et Ω_{Y_j} par l'opération d'extension vide (5) :

$$m^{\Omega_{i,j}} \uparrow^{\Omega_{X_i}} (\rho_{i,j}(A)) = m^{\Omega_{i,j}}(A), \quad \forall A \subseteq \Omega_{i,j}, \quad (17)$$

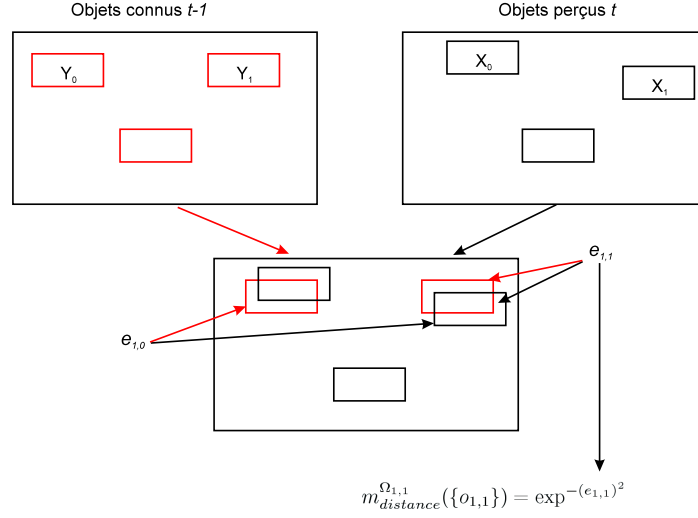


FIG. 2 – Illustration de la création d'une fonction de croyance entre un objet connu et un objet perçus en utilisant le critère de distance.

où $\rho_{i,j}$ est le raffinement de $\Omega_{i,j}$ dans Ω_{X_i} , illustré sur la figure 3, et défini par $\rho_{i,j}(\{o_{i,j}\}) = \{j\}$ et $\rho_{i,j}(\{n_{i,j}\}) = \overline{\{j\}}$.

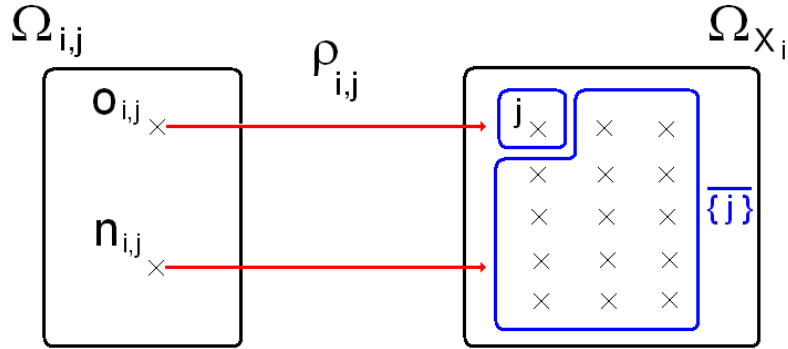


FIG. 3 – Raffinement $\rho_{i,j}$ permettant le transport d'une information $m^{\Omega_{i,j}}$ vers Ω_{X_i} .

Ainsi, pour tout $i \in I$, pour tout $j \in J$:

$$\begin{cases} m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{X_i}}(\{j\}) &= m^{\Omega_{i,j}}(\{o_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}) &= m^{\Omega_{i,j}}(\{n_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) &= m^{\Omega_{i,j}}(\Omega_{i,j}) \end{cases} \quad (18)$$

Association d'objets dans le cadre du MCT

De la même manière, il est possible d'étendre vaguement les informations $m^{\Omega_{i,j}}$ sur Ω_{Y_j} :

$$\begin{cases} m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{Y_j}}(\{i\}) &= m^{\Omega_{i,j}}(\{o_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{Y_j}}(\{\bar{i}\}) &= m^{\Omega_{i,j}}(\{n_{i,j}\}) \\ m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{Y_j}}(\Omega_{Y_j}) &= m^{\Omega_{i,j}}(\Omega_{i,j}) \end{cases} \quad (19)$$

Dans la suite de cet article, $m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{X_i}}$ (resp. $m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{Y_j}}$) est notée $m_j^{\Omega_{X_i}}$ (resp. $m_i^{\Omega_{Y_j}}$).

3.3 Combinaison des informations

À ce niveau :

- pour chaque $i \in I = \{1, \dots, N\}$, M fonctions de croyance $m_j^{\Omega_{X_i}}$ ont été créées au regard de l'association de chaque objet X_i envers les Y_j , les éléments focaux de chacune d'entre elles étant $\{j\}$, $\{\bar{j}\}$, et Ω_{X_i} .
- pour chaque $j \in J = \{1, \dots, M\}$, N fonctions de croyance $m_i^{\Omega_{Y_j}}$ ont été créées au regard de l'association de chaque objet Y_j envers les X_i , les éléments focaux de chacune d'entre elles étant $\{i\}$, $\{\bar{i}\}$, et Ω_{Y_j} .

Les M fonctions de croyance $m_j^{\Omega_{X_i}}$, étant considérées comme fiables et distinctes, peuvent être combinées en utilisant la combinaison conjonctive (6), ou règle de Dempster non normalisée.

Notons $m^{\Omega_{X_i}}$ le résultat de cette combinaison conjonctive :

$$m^{\Omega_{X_i}} = \bigodot_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}. \quad (20)$$

Pour tout $k \in J$:

$$m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) = \sum_{\cap A_j = \{k\}} \prod_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(A_j), \quad (21)$$

où, pour tout $j \in J$, $A_j = \{j\}$, $\{\bar{j}\}$, ou Ω_{X_i} . Or :

$$\begin{aligned} \cap_{j \in J} A_j = \{k\} &\Leftrightarrow A_k = \{k\} \text{ et } (A_j = \{\bar{j}\} \text{ ou } A_j = \Omega_{X_i}, \forall j \in J \setminus \{k\}), \\ &\Leftrightarrow A_k = \{k\} \text{ et } A_j \neq \{j\} \forall j \in J \setminus \{k\}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $k \in J$:

$$m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) = m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^M (1 - m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\})). \quad (22)$$

De même, pour tout $K \subseteq J$:

$$m^{\Omega_{X_i}}(\bar{K}) = \sum_{\cap A_j = \bar{K}} \prod_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(A_j), \quad (23)$$

$$= \prod_{j \in K} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{\bar{j}\}) \prod_{j \in \bar{K}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}). \quad (24)$$

En particulier :

$$m^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) = m^{\Omega_{X_i}}(\bar{J}) = \prod_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}), \quad (25)$$

$$m^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) = m^{\Omega_{X_i}}(\bar{\emptyset}) = \prod_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}). \quad (26)$$

Enfin :

$$m^{\Omega_{X_i}}(\emptyset) = \sum_{\cap A_j = \emptyset} \prod_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(A_j), \quad (27)$$

$$= \sum_{\substack{j, k \in J \\ j \neq k}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\}) m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\}). \quad (28)$$

Les N fonctions de croyance $m_i^{\Omega_{Y_j}}$ peuvent aussi être combinées conjonctivement en une fonction de croyance $m^{\Omega_{Y_j}}$. Les variables X_i et Y_j jouant un rôle symétrique, les expressions des fonctions $m^{\Omega_{Y_j}}$ peuvent être obtenues d'une manière similaire.

Exemple 1 *Considérons un objet perçu X_1 et deux objets connus Y_1 et Y_2 , tels que :*

$$\begin{cases} m^{\Omega_{1,1}}(\{o_{1,1}\}) = 0.2 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) = 0.45 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.35 \end{cases} \quad \begin{cases} m^{\Omega_{1,2}}(\{o_{1,2}\}) = 0.45 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) = 0.15 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) = 0.4 \end{cases} \quad (29)$$

En exprimant ces informations sur Ω_{X_1} on obtient :

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) = 0.2 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) = 0.45 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.35 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) = 0.45 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) = 0.15 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.4 \end{cases} \quad (30)$$

La combinaison conjonctive de $m_1^{\Omega_{X_1}}$ et $m_2^{\Omega_{X_1}}$ fournit alors le résultat suivant :

$$\begin{aligned} m^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) &= 0.2 \times (1 - 0.45) = 0.2 \times 0.55 = 0.11 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) &= 0.45 \times (1 - 0.2) = 0.45 \times 0.8 = 0.36 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) &= m^{\Omega_{X_1}}(\{2, \star\}) = 0.45 \times 0.4 = 0.18 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) &= m^{\Omega_{X_1}}(\{1, \star\}) = 0.15 \times 0.35 = 0.05 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1, 2\}}) &= m^{\Omega_{X_1}}(\{\star\}) = 0.45 \times 0.15 = 0.07 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) &= m^{\Omega_{X_1}}(\{1, 2, \star\}) = 0.35 \times 0.4 = 0.14 \\ m^{\Omega_{X_1}}(\emptyset) &= 0.2 \times 0.45 = 0.09. \end{aligned} \quad (31)$$

3.4 Prise de décision

La probabilité pignistique $BetP^{\Omega_{X_i}}$ (11) calculée à partir de $m^{\Omega_{X_i}}$ est définie par :

$$BetP^{\Omega_{X_i}}(\{\omega\}) = \sum_{\{A \subseteq \Omega_{X_i}, \omega \in A\}} \frac{m^{\Omega_{X_i}}(A)}{|A| (1 - m^{\Omega_{X_i}}(\emptyset))}, \quad \forall \omega \in \Omega_{X_i}. \quad (32)$$

Association d'objets dans le cadre du MCT

D'où, pour tout $k \in J$:

$$BetP^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) = \mathcal{K}_1 \left[m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^M (1 - m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\})) + \sum_{\substack{k \in \bar{K} \\ K \subseteq J}} \frac{1}{|\bar{K}|} \prod_{j \in K} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{\bar{j}\}) \prod_{j \in \bar{K}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) \right], \quad (33)$$

où

$$\mathcal{K}_1 = \frac{1}{1 - m^{\Omega_{X_i}}(\emptyset)} = \frac{1}{1 - \sum_{\substack{j,k \in J \\ j \neq k}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{j\}) m_k^{\Omega_{X_i}}(\{k\})}. \quad (34)$$

Enfin :

$$BetP^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) = \mathcal{K}_1 \sum_{K \subseteq J} \frac{1}{|\bar{K}|} \prod_{j \in K} m_j^{\Omega_{X_i}}(\{\bar{j}\}) \prod_{j \in \bar{K}} m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}). \quad (35)$$

Une fois les probabilités pignistiques $BetP^{\Omega_{X_i}}$ calculées pour tout $i \in I$, la décision choisie est celle qui maximise la pignistique de la loi jointe $BetP^{\Omega_{X_1} \times \dots \times \Omega_{X_N}}$, et qui vérifie les contraintes d'association exposées dans la Section 3.1.1, opération résumée par l'algorithme 1.

Algorithme 1 : Décision au regard des X_i

Données : $BetP^{\Omega_{X_i}}$ la probabilité pignistique de l'objet perçu $i \in I = \{1, \dots, N\}$.

Résultat : Décision maximisant $BetP^{\prod_{i=1}^N \Omega_{X_i}}$ et vérifiant les contraintes d'association

début

- Rechercher l'ensemble des $(M+1)^N$ associations possibles
- Supprimer de cet ensemble les associations ne respectant pas les contraintes énoncées dans la Section 3.1.1
- Calculer les probabilités pignistiques jointes sur cet ensemble
- Sélectionner l'association maximisant la loi jointe

fin

Une alternative consiste à calculer cette décision du point de vue des Y_j , en calculant pour tout $j \in J$, les probabilités pignistiques $BetP^{\Omega_{Y_j}}$. De la même manière que précédemment, les variables X_i et Y_j jouant un rôle symétrique, les expressions des probabilités pignistiques $BetP^{\Omega_{Y_j}}$ peuvent être écrites par l'intermédiaire des expressions des $BetP^{\Omega_{X_i}}$.

Exemple 2 (Suite de l'exemple 1) *Considérons à nouveau un objet perçu X_1 et deux objets connus Y_1 et Y_2 , tels que :*

$$\begin{cases} m^{\Omega_{1,1}}(\{o_{1,1}\}) = 0.2 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) = 0.45 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.35 \end{cases} \quad \begin{cases} m^{\Omega_{1,2}}(\{o_{1,2}\}) = 0.45 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) = 0.15 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) = 0.4 \end{cases} \quad (36)$$

Au regard de X_1 , la combinaison conjonctive de $m_1^{\Omega_{X_1}}$ et $m_2^{\Omega_{X_1}}$ a été détaillée dans l'exemple 1. On obtient :

A	\emptyset	{1}	{2}	{*}	{1, *}	{2, *}	{1, 2, *}
$m^{\Omega_{X_1}}(A)$	0.09	0.11	0.36	0.07	0.05	0.18	0.14
$BetP^{\Omega_{X_1}}(A)$		0.20	0.55	0.25	0.45	0.80	1

(37)

Conclusion au regard de X_1 :

1. $BetP^{\Omega_{X_1}}$ atteint son maximum, pour les éléments singletons, en {2}, donc X_1 est associé à Y_2 ;
2. sachant que Y_1 n'est associé à aucun des objets perçus, Y_1 a disparu.

Il est aussi possible d'exprimer les croyances sur Ω_{Y_1} et Ω_{Y_2} :

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_1}}(\{1\}) = 0.2 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{1\}}) = 0.45 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) = 0.35 \end{cases} \quad \begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_2}}(\{1\}) = 0.45 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{1\}}) = 0.15 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) = 0.4 \end{cases} \quad (38)$$

Puisqu'il n'y a qu'un seul objet perçu X_1 , il n'y a pas de combinaisons intermédiaires à réaliser.

A	\emptyset	{1}	{*}	{1, *}
$m^{\Omega_{Y_1}}(A)$		0.2	0.45	0.35
$BetP^{\Omega_{Y_1}}(A)$		0.375	0.625	1
$m^{\Omega_{Y_2}}(A)$		0.45	0.15	0.4
$BetP^{\Omega_{Y_2}}(A)$		0.65	0.35	1

(39)

D'après les contraintes d'association (Section 3.1.1), les objets connus (Y_1, Y_2) peuvent être associés à (1, *), (*, 1), ou (*, *), or :

- $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}(\{1, *\}) = 0.375 \times 0.35 = .131$;
- $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}(\{*, 1\}) = 0.625 \times 0.65 = .406$;
- $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}(\{*, *\}) = 0.625 \times 0.35 = .219$.

Donc $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}$ atteint son maximum valide en {*, 1}, d'où (Y_1, Y_2) est associé à (*, 1), soit : Y_1 a disparu, et Y_2 est associé à X_1 .

La décision issue de X_1 et la décision au regard des Y_j sont identiques.

Remarque 1 Le choix de prendre une décision par la loi jointe peut s'avérer coûteux dans le cas d'un grand nombre d'objets, cependant dans cette application de suivi de véhicules, il y a rarement plus de 7 à 8 véhicules détectés devant le véhicule équipé de capteurs.

Remarque 2 En choisissant dans l'exemple précédent le critère de décision avec rejet (13), une décision différente peut être obtenue dans le cas de X_1 et des Y_j . Par exemple, en fixant le coût de rejet c_0 égal à 0.5 :

- du point de vue de X_1 : la même décision est conservée car $BetP^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) \geq 1 - c_0$;
- du point de vue des Y_j : un rejet est décidé car $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}(\{*, 1\}) < 1 - c_0$.

Association d'objets dans le cadre du MCT

Néanmoins, comme l'illustre l'exemple suivant, le critère de décision basé sur le maximum de probabilité pignistique peut aussi aboutir à une décision différente, en fonction que l'on se place du point de vue des objets perçus (X_i) ou connus (Y_j).

Exemple 3 *Considérons un objet perçu X_1 , et deux objets connus Y_1 et Y_2 , tels que :*

$$\begin{cases} m^{\Omega_{1,1}}(\{o_{1,1}\}) = 0.5 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.5 \end{cases} \quad \begin{cases} m^{\Omega_{1,2}}(\{o_{1,2}\}) = 0.7 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) = 0.3 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) = 0 \end{cases} \quad (40)$$

En exprimant les croyances du point de vue de l'objet perçu X_1 :

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) = 0.5 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) = 0 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.5 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) = 0.7 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) = 0.3 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0, \end{cases} \quad (41)$$

on obtient :

A	\emptyset	{1}	{2}	{★}	{1, ★}	{2, ★}	{1, 2, ★}	
$m^{\Omega_{X_1}}(A)$	0.35	0.15	0.35	0	0.15	0	0	(42)
$BetP^{\Omega_{X_1}}(A)$		0.35	0.54	0.11				

Ainsi au regard de X_1 :

- X_1 est associé à Y_2 ,
- Y_1 a disparu.

Du côté de Y_1 et Y_2 , on a :

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_1}}(\{1\}) = 0.5 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{1\}}) = 0 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) = 0.5 \end{cases} \quad \begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_2}}(\{1\}) = 0.7 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{1\}}) = 0.3 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) = 0, \end{cases} \quad (43)$$

D'où :

A	{1}	{★}	
$BetP^{\Omega_{Y_1}}$	0.75	0.25	(44)
$BetP^{\Omega_{Y_2}}$	0.7	0.3	

Comme $0.75 \times 0.3 > 0.7 \times 0.25$, $BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2}}$ atteint son maximum valide en $\{1, ★\}$, ce qui implique :

- Y_1 est associé à X_1 ,
- Y_2 a disparu.

Ce n'est pas la conclusion obtenue précédemment à partir de X_1 .

Pour résoudre ce problème, une solution consiste à prendre une décision en privilégiant soit les objets perçus, soit les objets connus, dans les cas où ces décisions divergent. Dans notre application (section 4), il est montré que cela ne concerne qu'un nombre réduit de cas (0.15% des cas en l'occurrence).

3.5 Discussion avec les approches de Rombaut (1998) et Gruyer et al. (2003)

L'approche présentée dans cette section 3 se distingue principalement des approches de Rombaut (1998) et Gruyer et al. (2003) sur deux points :

1. la combinaison des fonctions de croyance $m_j^{\Omega_{X_i}} = m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{X_i}}$ et $m_i^{\Omega_{Y_j}} = m^{\Omega_{i,j} \uparrow \Omega_{Y_j}}$;
2. la prise de décision.

Dans les travaux de Rombaut (1998) et Gruyer et al. (2003), les fonctions de croyance $m_j^{\Omega_{X_i}}$ et $m_i^{\Omega_{Y_j}}$ ne sont pas fusionnées par une combinaison conjonctive classique (20). Afin de simplifier la combinaison pour la rendre plus facilement calculable, il est proposé de transférer les masses allouées à des éléments focaux non singletons sur l'univers. Ainsi, le regroupement des masses suivant est proposé, $\forall i \in I, \forall k \in J$:

$$\begin{aligned}
 m_{Rombaut}^{\Omega_{X_i}}(\{\emptyset\}) &= m^{\Omega_{X_i}}(\{\emptyset\}), & m_{Rombaut}^{\Omega_{X_i}}(\{k\}) &= m^{\Omega_{X_i}}(\{k\}), \\
 m_{Rombaut}^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}) &= m^{\Omega_{X_i}}(\{\star\}), \\
 m_{Rombaut}^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) &= \prod_{j \in J} (m_j^{\Omega_{X_i}}(\Omega_{X_i}) + m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}})) - \prod_{j \in J} m_j^{\Omega_{X_i}}(\overline{\{j\}}).
 \end{aligned} \tag{45}$$

Au niveau de la prise de décision, l'expression analytique des probabilités pignistiques a été donnée dans la section 3.4. Ces dernières peuvent donc être directement calculées même dans le cas d'une application en temps réel comme dans la section 4.

Dans Gruyer et al. (2003), les auteurs proposent un autre système de prise de décision basé sur les fonctions de croyance $m^{\Omega_{X_i}}$ et $m^{\Omega_{Y_j}}$, qui de part la combinaison de Rombaut n'ont pour éléments focaux qu'uniquement les singletons et Ω . Les grandes lignes de cette méthode sont les suivantes.

- Une matrice d'association $N \times M$ est construite. Chacun de ses éléments (i, j) est égal au produit des masses $m^{\Omega_{X_i}}(\{j\}) \times m^{\Omega_{Y_j}}(\{i\})$. Chaque ligne est ainsi associée à un objet perçu X_i et chaque colonne est associée à un objet connu Y_j .
- Si nécessaire, cette dernière est rendue carrée en ajoutant des zéros correspondant à des objets fictifs.
- Un algorithme de couplage, l'algorithme hongrois dans ce cas, est alors appliqué à cette matrice. Ce dernier fournit une décision optimale au regard de la somme des croyances.
- Un traitement final gère l'apparition et la disparition des objets en comparant notamment, pour tout i et j , le produit $m^{\Omega_{X_i}}(\{j\}) \times m^{\Omega_{Y_j}}(\{i\})$ au maximum des masses $m^{\Omega_{X_i}}(\{\star\})$ et $m^{\Omega_{Y_j}}(\{\star\})$.

Dans cet article, il a été précisé comment une décision pouvait être plus simplement construite en se basant sur des probabilités pignistiques comme cela est justifiée dans Smets (2005).

Le fonctionnement de l'approche issue de cet article est illustré sur les deux exemples proposés respectivement par Rombaut (1998) et Gruyer et al. (2003).

Association d'objets dans le cadre du MCT

Exemple 4 (Rombaut (1998)) *Considérons deux objets perçus X_i et deux objets connus Y_j , tels que :*

$$\begin{cases} m^{\Omega_{1,1}}(\{o_{1,1}\}) = 0.8 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) = 0.1 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m^{\Omega_{1,2}}(\{o_{1,2}\}) = 0.7 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) = 0.2 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) = 0.1 \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{cases} m^{\Omega_{2,1}}(\{o_{2,1}\}) = 0.8 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\{n_{2,1}\}) = 0.1 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m^{\Omega_{2,2}}(\{o_{2,2}\}) = 0.6 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\{n_{2,2}\}) = 0.3 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\Omega_{2,2}) = 0.1 \end{cases}$$

En exprimant ces croyances sur Ω_{X_1} et Ω_{X_2} on obtient :

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{X_1}}(\{1\}) = 0.8 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{1\}}) = 0.1 \\ m_1^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2^{\Omega_{X_1}}(\{2\}) = 0.7 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\overline{\{2\}}) = 0.2 \\ m_2^{\Omega_{X_1}}(\Omega_{X_1}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m_1^{\Omega_{X_2}}(\{1\}) = 0.8 \\ m_1^{\Omega_{X_2}}(\overline{\{1\}}) = 0.1 \\ m_1^{\Omega_{X_2}}(\Omega_{X_2}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2^{\Omega_{X_2}}(\{2\}) = 0.6 \\ m_2^{\Omega_{X_2}}(\overline{\{2\}}) = 0.3 \\ m_2^{\Omega_{X_2}}(\Omega_{X_2}) = 0.1 \end{cases}$$

Les probabilités pignistiques obtenues sont définies par :

A	{1}	{2}	{★}	
$BetP^{\Omega_{X_1}}$	0.57	0.34	0.09	(47)
$BetP^{\Omega_{X_2}}$	0.65	0.25	0.10	

Ainsi $BetP^{\Omega_{X_1} \times \Omega_{X_2}}$ atteint son maximum valide en $\{2, 1\}$, et au regard des X_i :

1. X_1 est associé à Y_2 ;
2. X_2 est associé à Y_1 ;

En exprimant les croyances du point de vue des Y_j , on a :

$$\begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_1}}(\{1\}) = 0.8 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{1\}}) = 0.1 \\ m_1^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2^{\Omega_{Y_1}}(\{2\}) = 0.8 \\ m_2^{\Omega_{Y_1}}(\overline{\{2\}}) = 0.1 \\ m_2^{\Omega_{Y_1}}(\Omega_{Y_1}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m_1^{\Omega_{Y_2}}(\{1\}) = 0.7 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{1\}}) = 0.2 \\ m_1^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) = 0.1 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2^{\Omega_{Y_2}}(\{2\}) = 0.6 \\ m_2^{\Omega_{Y_2}}(\overline{\{2\}}) = 0.3 \\ m_2^{\Omega_{Y_2}}(\Omega_{Y_2}) = 0.1 \end{cases}$$

D'où :

A	{1}	{2}	{★}	
$BetP^{\Omega_{Y_1}}$	0.47	0.47	0.06	(48)
$BetP^{\Omega_{Y_2}}$	0.52	0.33	0.15	

Conclusion au regard des Y_j :

1. Le maximum de $BetP^{\Omega_{X_1} \times \Omega_{X_2}}$ pour une association valide étant atteint en $\{2, 1\}$, Y_1 est associé à X_2 , et Y_2 est associé à X_1 .

Exemple 5 (Gruyer et al. (2003)) Dans cet exemple, trois objets sont perçus (X_i), et quatre objets sont connus (Y_j), tels que :

$$\begin{cases} m^{\Omega_{1,1}}(\{o_{1,1}\}) = 0.80 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\{n_{1,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,1}}(\Omega_{1,1}) = 0.20 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{1,2}}(\{o_{1,2}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\{n_{1,2}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{1,2}}(\Omega_{1,2}) = 0.01 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{1,3}}(\{o_{1,3}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,3}}(\{n_{1,3}\}) = 0.97 \\ m^{\Omega_{1,3}}(\Omega_{1,3}) = 0.03 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{1,4}}(\{o_{1,4}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{1,4}}(\{n_{1,4}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{1,4}}(\Omega_{1,4}) = 0.01 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^{\Omega_{2,1}}(\{o_{2,1}\}) = 0.57 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\{n_{2,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,1}}(\Omega_{2,1}) = 0.43 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{2,2}}(\{o_{2,2}\}) = 0.57 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\{n_{2,2}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,2}}(\Omega_{2,2}) = 0.43 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{2,3}}(\{o_{2,3}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,3}}(\{n_{2,3}\}) = 0.52 \\ m^{\Omega_{2,3}}(\Omega_{2,3}) = 0.48 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{2,4}}(\{o_{2,4}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{2,4}}(\{n_{2,4}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{2,4}}(\Omega_{2,4}) = 0.01 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^{\Omega_{3,1}}(\{o_{3,1}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,1}}(\{n_{3,1}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{3,1}}(\Omega_{3,1}) = 0.01 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{3,2}}(\{o_{3,2}\}) = 0.61 \\ m^{\Omega_{3,2}}(\{n_{3,2}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,2}}(\Omega_{3,2}) = 0.39 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{3,3}}(\{o_{3,3}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,3}}(\{n_{3,3}\}) = 0.52 \\ m^{\Omega_{3,3}}(\Omega_{3,3}) = 0.48 \end{cases} \begin{cases} m^{\Omega_{3,4}}(\{o_{3,4}\}) = 0 \\ m^{\Omega_{3,4}}(\{n_{3,4}\}) = 0.99 \\ m^{\Omega_{3,4}}(\Omega_{3,4}) = 0.01 \end{cases}$$

Les résultats des calculs des probabilités pignistiques au regard des X_i sont alors les suivants :

A	{1}	{2}	{3}	{4}	{*}
$BetP^{\Omega_{X_1}}$	0.90	0.00	0.00	0.00	0.10
$BetP^{\Omega_{X_2}}$	0.44	0.44	0.03	0.00	0.08
$BetP^{\Omega_{X_3}}$	0.00	0.77	0.06	0.00	0.16

Le résultat de l'association peut être obtenu à partir de l'Algorithme 1. Néanmoins, lorsqu'un certain nombre de probabilités pignistiques sont nulles, comme c'est le cas dans cet exemple, il est plus simple d'employer l'algorithme 2.

Algorithme 2 : Décision au regard des X_i

Données : $BetP^{\Omega_{X_i}}$ la probabilité pignistique de l'objet perçu $i \in I = \{1, \dots, N\}$.

Résultat : Décision maximisant $BetP^{\prod_{i=1}^N \Omega_{X_i}}$ et vérifiant les contraintes d'association

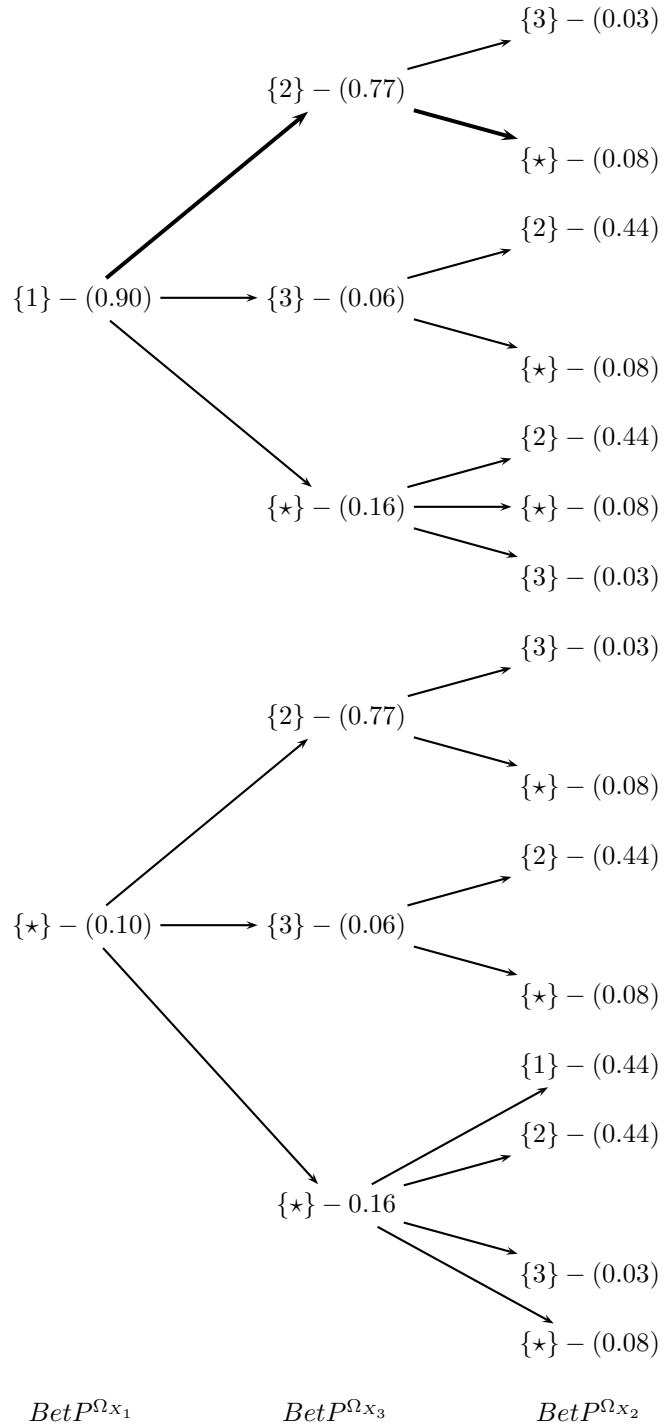
début

- Classer dans l'ordre décroissant les $BetP^{\Omega_{X_i}}$ en fonction de leur nombre de singletons de probabilité nulle
- En suivant cet ordre, déterminer les différentes associations possibles respectant les contraintes
- Calculer les probabilités pignistiques jointes sur chaque branche créée précédemment
- Sélectionner l'association maximisant la loi jointe

fin

La mise en œuvre de cet algorithme sur l'exemple peut-être illustrée de la manière suivante :

Association d'objets dans le cadre du MCT



$BetP^{\Omega_{X_1} \times \Omega_{X_2} \times \Omega_{X_3}}$ atteint son maximum $.9 \times .08 \times .77$ en $\{1, \star, 2\}$. Donc, au regard des X_i :

1. X_1 est associé à Y_1 ;
2. X_2 est apparu ;
3. X_3 est associé à Y_2 ;
4. d'où Y_3 et Y_4 ont disparu ;

Au regard des Y_j :

A	{1}	{2}	{3}	{*}
$BetP^{\Omega_{Y_1}}$	0.69	0.26	0.00	0.05
$BetP^{\Omega_{Y_2}}$	0.00	0.42	0.49	0.09
$BetP^{\Omega_{Y_3}}$	0.01	0.20	0.20	0.59
$BetP^{\Omega_{Y_4}}$	0.05	0.05	0.05	0.985

(50)

$BetP^{\Omega_{Y_1} \times \Omega_{Y_2} \times \Omega_{Y_3} \times \Omega_{Y_4}}$ atteint son maximum $.69 \times .49 \times .59 \times .985$ en $\{1, 3, \star, \star\}$. D'où :

- Y_1 est associé à X_1 ;
- Y_2 est associé à X_3 ;
- Y_3 a disparu ;
- Y_4 a disparu ;
- et, X_2 est apparu.

Dans cet exemple, la solution proposée par Gruyer et al. (2003), non réécrite ici par économie de place, aboutit d'une autre façon aux mêmes conclusions.

La section suivante illustre une application en temps réel, où la probabilité pignistique issue d'une combinaison conjonctive se révèle plus performante que celle issue de l'approche de Rombaut.

4 Résultats sur des données réelles

Le but de cette section est de valider l'expression d'association qui est proposée en exploitant les résultats obtenus sur des données réelles. L'approche proposée dans cet article est comparée à l'approche initiée par Rombaut.

Les données réelles exploitées proviennent d'une caméra numérique CCD placée sur le tableau de bord d'un véhicule. La résolution de cette caméra est de 720×576 pixels avec un angle de balayage allant de -0.5 à $+0.5$ radians, c'est-à-dire approximativement $\pm 30^\circ$. La vitesse de défilement est de 25 images par seconde ($\Delta_t = 0.04s$).

Afin de calibrer cette caméra, une séquence statique sur un parking a été filmée avec des véhicules de références aux dimensions connues. Seules les voitures sont considérées en tant que véhicules détectés. Un télémètre laser a permis de mesurer la distance entre la caméra et le véhicule filmé. Pour des problèmes de précision, ces mesures se situent uniquement dans l'intervalle $[0, 60m]$. Cette distance a été estimée en fonction de la largeur et de la hauteur du véhicule observé dans l'image, à l'aide de deux méthodes d'interpolation. Une illustration du comportement de l'une de ces fonctions est présentée sur la figure 4.

Association d'objets dans le cadre du MCT

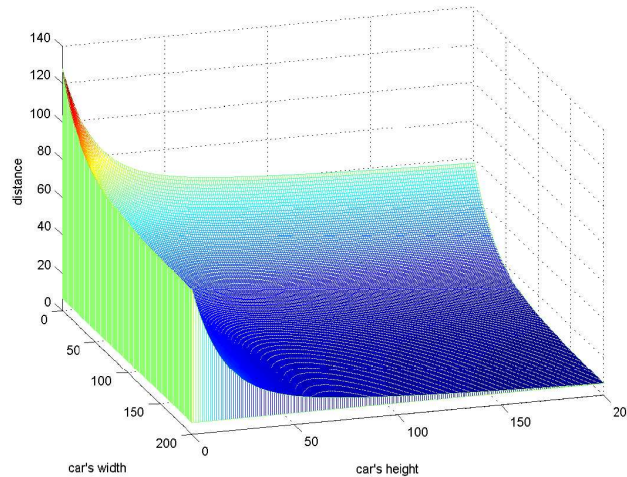


FIG. 4 – Illustration du comportement d'une fonction d'interpolation donnant la distance en mètres en fonction de la largeur et de la hauteur en pixel de l'objet dans la scène.

L'angle étant obtenu à partir du calcul du centre de gravité de l'objet perçu dans l'image, les deux méthodes d'interpolation fournissent chacune un couple d'informations (ρ, Θ) pour chaque véhicule détecté. Les résultats fournis par ces méthodes constituent les deux capteurs de cette application.

Les informations ainsi obtenues sont très bruitées. Il existe, par exemple, une variation de distance de l'ordre de $20m$ d'une image à l'autre pour un même objet, et les variations dans les mesures de l'angle peuvent atteindre 100%, allant de $0.01rd$ à $0.02rd$ pour deux mesures consécutives sur un même objet.

La séquence vidéo, qui permet d'illustrer le comportement des différentes méthodes présentées dans cet article, comporte 3231 images ce qui correspond à une durée approximative de 130 secondes. Les images contiennent de 1 à 6 objets. Au cours de la séquence, 75 objets différents ont été identifiés, le nombre d'associations à réaliser s'élevant à 6800. Une illustration de l'évolution de la trajectoire pour 3 objets est présentée sur la figure 6. La répartition du nombre d'objets dans les images est illustrée sur la figure 5. On peut constater, sur cet histogramme, que la séquence analysée est constituée d'une proportion approximativement équivalente d'images comportant 1 objet, 2 objets ou 3 objets et plus.

Pour cette application, la vérité terrain a été obtenue suite à l'analyse de la séquence vidéo par un expert. La connaissance de la vérité terrain permet d'obtenir le taux de bonne association (TBA). Ce taux est défini de la manière suivante :

$$TBA = \frac{\text{Nombre d'associations correctes}}{\text{Nombre d'associations à réaliser}}$$

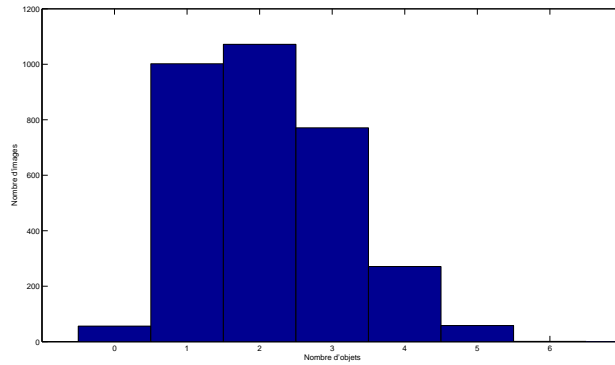


FIG. 5 – Répartition du nombre d'objets dans les images.

De la même manière, le taux de rejet (TR) et le taux d'erreur (TE) sont définis par :

$$TR = \frac{\text{Nombre d'associations rejetées}}{\text{Nombre d'associations à réaliser}}$$

$$TE = \frac{\text{Nombre d'associations erronées}}{\text{Nombre d'associations à réaliser}}$$

La somme de ces trois taux est égale à 1.

La figure 7 représente le taux de bonne association pour les approches étudiées en fonction du coût de rejet. On peut observer que les taux de bonne association obtenus par la méthode proposée dans cet article sont meilleurs que ceux obtenus par l'approche Rombaut. Il est aussi possible de constater que l'approche par la combinaison conjonctive permet d'obtenir, pour une valeur de coût donnée, un taux de rejet plus faible que l'approche Rombaut (figure 8).

Notons que les décisions obtenues par l'approche proposée dans cet article ont été prises en se basant sur les objets perçus. Comme présentée dans la section 3.4, ces décisions basées sur l'analyse des objets perçus ne sont pas nécessairement identiques à celles issues du point de vue des objets connus. Néanmoins, comme la figure 9 l'illustre, ce taux de décisions antagonistes demeure limité dans cette application pour les deux approches. Celui-ci varie, pour les deux approches proposées, entre 0 et moins de 1% selon la valeur du coût de rejet.

Association d'objets dans le cadre du MCT

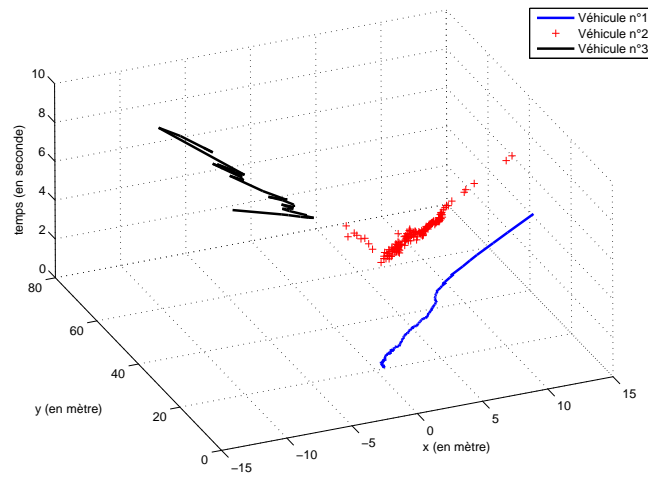


FIG. 6 – Illustration de l'évolution de la trajectoire pour 3 objets de la séquence vidéo.

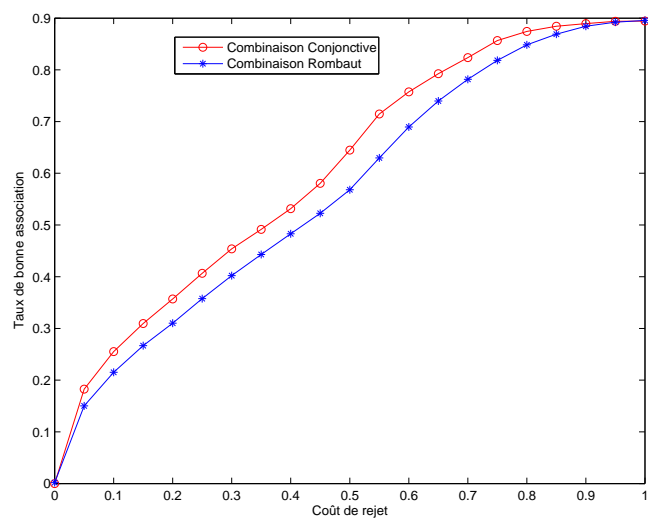


FIG. 7 – Taux de bonne association en fonction du coût de rejet pour le risque pignistique.

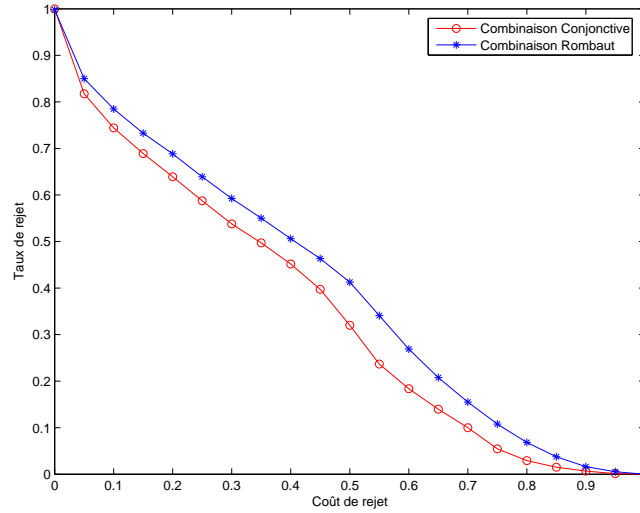


FIG. 8 – Taux de rejet en fonction du coût de rejet pour le risque pignistique.

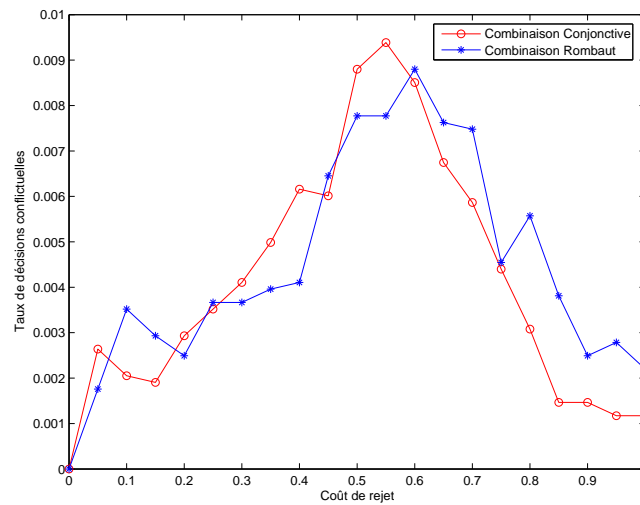


FIG. 9 – Taux de décisions conflictuelles en fonction du coût de rejet pour le risque pignistique.

5 Conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans cet article reprennent la problématique d'association d'objets, initiée par Rombaut dans le cadre des fonctions de croyance, et s'appuient sur les outils du

Modèle des Croyances Transférables pour en proposer une solution. Ainsi, il est proposé un algorithme basé sur l'emploi de la combinaison conjonctive et la prise de décision par la transformation pignistique. Testé sur des données réelles, il s'avère performant par rapport à l'approche existante.

Au regard des perspectives, même si elle ne concerne qu'un nombre réduit de cas dans notre application, la divergence possible des décisions doit être résolue d'une manière plus convaincante que le choix de privilégier les objets perçus ou connus. Il est déjà possible de s'intéresser aux propriétés que doivent vérifier les fonctions de croyance pour que la décision soit identique du côté des objets perçus ou connus. Des travaux sur ce dernier point sont en cours.

Dans un second temps, cette approche peut aussi être enrichie en introduisant des informations issues du suivi des objets lors des instants précédents l'association en cours d'analyse. Ceci permettrait, par exemple, la prise en compte de l'inertie des véhicules.

6 Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier les rapporteurs qui par leurs commentaires riches et constructifs, ont permis de préciser plusieurs points de cet article. Ces travaux ont été financés par la Région Nord-Pas de Calais dans le cadre du CPER CISIT (Campus International pour la Sécurité et l'Intermodalité des Transports).

Références

- Bar-Shalom, Y. (1992). *Multi-Target Multi-Sensors Tracking : Application and Advances*, Volume II. Artech House.
- Bar-Shalom, Y. (2000). *Multi-Target Multi-Sensors Tracking : Applications and Advances*, Volume III. Artech House.
- Bar-Shalom, Y. et E. Tse (1973). Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association. In *Proceedings Fourth Symposium on Non-Linear Estimation Theory and its Application*, pp. 13–22.
- Blackman, S. et R. Popoli (1999). *Design and Analysis of Modern Tracking System*. Artech House.
- Cox, I. et S. Hingorani (1996). An efficient implementation of Reid's multiple hypothesis tracking algorithm and its evaluation for the purpose of visual tracking. *IEEE Trans. on PAMI* 18(2), 138–150.
- Cox, I. et M. Miller (1995). On finding ranked assignments with application to multi target tracking and motion correspondence. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems* 32(1), 486–495.
- Degroot, M. (1970). *Optimal Statistical Decisions*. New York : McGraw-Hill.
- Dempster, A. (1968). A generalization of bayesian inference. *Journal of Royal Statistical Society, Serie B* 30, 205–247.

- Denoëux, T. (1995). A k-nearest neighbour classification rule based on dempster-shafer theory. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 25(5), 804–813.
- Denoëux, T. (1997). Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification. *Pattern Recognition* 30(7), 1095–1107.
- Denoëux, T. (2008). Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by nondistinct bodies of evidence. *Artificial Intelligence* 172(2-3), 234–264.
- Dubois, D. et H. Prade (1985). *Théorie des possibilités. Application à la représentation des connaissances en informatique*. Paris, France : Masson.
- Dubois, D. et H. Prade (1988). Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Comput. Intell.* 4, 244–264.
- Dubois, D., H. Prade, et P. Smets (1996). Representing partial ignorance. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 26(3), 361–377.
- El Najjar, M. et P. Bonnifait (2005). A road-matching method for precise vehicle localization using belief theory and kalman filtering. *Autonomous Robots* 19(2), 173–191.
- Fabre, S., A. Appriou, et X. Briottet (2001). Presentation and description of two classification methods using data fusion based on sensor management. *Information Fusion* 2, 49–71.
- Fortmann, T., Y. Bar-Shalom, et M. Scheffe (1980). Multitarget tracking of multiple targets using point probabilistic data association. In *Proceedings Conference on Decision and Control*, pp. 807–812.
- Fortmann, T., Y. Bar-Shalom, et M. Scheffe (1983). Sonar tracking of multiple targets using probabilistic data association. *IEEE Journal of oceanic engineering OE* 8(3), 173–184.
- Goodman, I. R., R. P. Mahler, et H. T. Nguyen (1997). *Mathematics of Data Fusion*. Norwell, MA, USA : Kluwer Academic Publishers.
- Gruyer, D. (1999). *Etude du traitement de données imparfaites pour le suivi multi-objets : Application aux situations routières*. Ph. D. thesis, Université de Technologie de Compiègne.
- Gruyer, D., C. Royère, R. Labayrade, et D. Aubert (2003). Credibilistic multi sensor fusion for real time application. application to obstacle detection and tracking. *IEEE International Conference on Advanced Robotics, ICAR'2003, University of Coimbra, Portugal*.
- Kohlas, J. et P.-A. Monney (1995). *A Mathematical Theory of Hints. An Approach to the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, Volume 425. Berlin : Springer-Verlag.
- Lefevre, E., O. Colot, et P. Vannoorenberghe (2002). Belief function combination and conflict management. *Information Fusion* 3(2), 149–162.
- Lefevre, E., O. Colot, P. Vannoorenberghe, et D. de Brucq (2001). Informations et combinaison : les liaisons conflictuelles. *Revue Traitement du Signal* 18(3), 161–177.
- Lemeret, Y., E. Lefevre, et D. Jolly (2008). Improvement of an association algorithm for obstacle tracking. *Information Fusion* 9(2), 234–245.
- Mercier, D., T. Denoëux, et M.-H. Masson (2008a). A parametrized family of belief functions correction mechanisms. In J. V. L. Magdalena et M. Ojeda-Aciego (Eds.), *Proceedings of the 12th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems IPMU'2008*, Malaga, Spain, pp. 306–313.

- Mercier, D., B. Quost, et T. Denoeux (2008b). Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextuel discounting. *Information Fusion* 9(2), 246–258.
- Reid, D. (1978). An algorithm for tracking multiple targets. In *Proceedings Conference on Decision and Control*, pp. 1202–1211.
- Rombaut, M. (1998). Decision in multi-obstacle matching process using the theory of belief. In *AVCS'98*, pp. 63–68.
- Rombaut, M. et V. Cherfaoui (1997). Decision making in data fusion using dempster-shafer's theory. In *3th IFAC Symposium on Intelligent Components and Instrumentation for Control Applications*, Annecy, France.
- Shafer, G. (1976). *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton, New Jersey : Princeton University Press.
- Smets, P. (1993). Belief functions : The disjonctive rule of combination and the generalized bayesian theorem. *International Journal of Approximate Reasoning* 9, 1–35.
- Smets, P. (1994). What is dempster-shafer's model ? In R. Yager, M. Fedrizzi, et J. Kacprzyk (Eds.), *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, pp. 5–34. Wiley.
- Smets, P. (1998). The Transferable Belief Model for quantified belief representation. In D. M. Gabbay et P. Smets (Eds.), *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, Volume 1, pp. 267–301. Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers.
- Smets, P. (2005). Decision making in the TBM : the necessity of the pignistic transformation. *International Journal of Approximate Reasoning* 38(2), 133–147.
- Smets, P. (2007). Analyzing the combination of conflicting belief functions. *Information Fusion* 8(4), 387–412.
- Smets, P. et R. Kennes (1994). The transferable belief model. *Artificial Intelligence* 66(2), 191–234.
- Vannoorenberghe, P. (2003). Un état de l'art sur les fonctions de croyance appliquées au traitement de l'information. *Information-Interaction-Intelligence (I3)* 3(2), 1–37.
- Yager, R. (1987). On the dempster-shafer framework and new combination rules. *Information Sciences* 41, 93–138.

Summary

The problem tackled in this article deals with obstacles tracking in the context of vehicle driving aid, and especially in the association step. This step consists in associating measures on objects detected at a certain time, with tracks corresponding to trajectories followed at earlier times. Usually measures on the objects come from several sensors, and contain errors. A fusion step allows us to obtain a better consensus. Introduced by Dempster and Shafer, belief functions constitutes a suitable framework for the representation and manipulation of imperfect information. Thus, they have served as basis for the implementation of an association algorithm introduced by Rombaut and developed later by Gruyer. In this article, a new modeling of this problem based on the Transferable Belief Model, is introduced. It differs from previ-

ous approaches, by in particular the choice of the combination method, and decision-making process. This approach is validated by tests on real data.