Fusion et comparaison d'informations en théorie des fonctions de croyance

Frédéric Pichon

Université d'Artois
LGI2A

Séminaire CID (Heudiasyc)
Compiègne, 16 septembre 2019

Théorie des fonctions de croyance (TFC)

Historique

- Un cadre formel pour le raisonnement sous incertitude, c'est-à-dire en présence d'informations partiellement fiables, imprécises, conflictuelles, hétérogènes, etc.
- Origines : Dempster (Harvard, 1967) et Shafer (Princeton, 1976) (théorie de Dempster-Shafer, théorie de l'évidence).
- Développements : Smets (ULB, 1980-2005, fondements) et Denœux (UTC, depuis 1995, classification).
- Création de la *Belief Functions and Applications Society* en 2010.

Théorie des fonctions de croyance

Considérations théoriques et appliquées

- Synthèse des approches probabiliste et ensembliste classiquement utilisées en ingénierie pour le raisonnement sous incertitude ;
  - ensembles et distributions de probabilité sont des fonctions de croyance particulières ;
  - extensions de notions associées (conditionnement, entropie, intersection, inclusion, etc.).
- Différents problèmes abordés :
  - Inférence statistique ;
  - Fusion d'informations ;
  - Comparaison d'informations ;
  - Prise de décision.
- Applications : vision par ordinateur, robotique, fiabilité, apprentissage automatique, recherche opérationnelle, ...

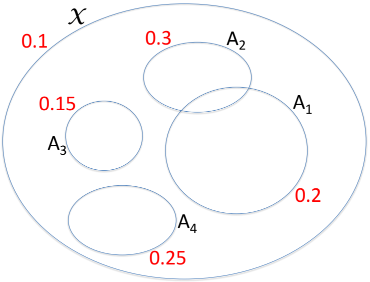
Plan

1. Théorie des fonctions de croyance
   - Représentation de connaissances partielles
   - Fusion d'informations
   - Comparaison d'informations
2. Fusion
   - Modèle de la qualité des sources
   - Applications
3. Comparaison
   - Extension des relations entre ensembles
   - Applications

Plan

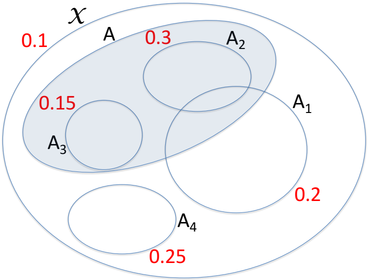
Fonction de masse (FM)

- Soit x une variable à valeurs dans $\mathcal{X} = \{x_1, \ldots, x_n\}$ (cadre de discernement).
- $m : 2^{\mathcal{X}} \to [0, 1]$ telle que
$$\sum_{A \subseteq \mathcal{X}} m(A) = 1.$$
- $m(A)$: croyance allouée à la proposition $x \in A$, et à aucune autre proposition plus précise.
- Tout $A \subseteq \mathcal{X}$ t.q. $m(A) > 0$ est un ensemble focal (EF) de m.
- Fonction de croyance : $bel(A) = \sum_{\emptyset \neq B \subseteq A} m(B)$



Fonction de masse (FM)

- Soit x une variable à valeurs dans $\mathcal{X} = \{x_1, \ldots, x_n\}$ (cadre de discernement).
- $m : 2^{\mathcal{X}} \rightarrow [0,1]$ telle que
$$\sum_{A \subseteq \mathcal{X}} m(A) = 1.$$
- $m(A)$: croyance allouée à la proposition $x \in A$, et à aucune autre proposition plus précise.
- Tout $A \subseteq \mathcal{X}$ t.q. $m(A) > 0$ est un ensemble focal (EF) de m.
- Fonction de croyance : $bel(A) = \sum_{\emptyset \neq B \subseteq A} m(B)$



Cas particuliers

1. $m(A) = 1$ pour un $A \subseteq \mathcal{X}$ (un seul EF) : ensemble.
2. $m(A) > 0 \Rightarrow |A| = 1$ (tous les EF sont des singletons) : distribution de probabilité.

$\rightarrow$ Capacité à distinguer entre hasard parfait (dé non pipé) et ignorance totale (dé non testé) :

- $m(\{x_i\}) = 1/n$, pour tout $x_i \in \mathcal{X}$ (distribution uniforme) ;
- $m(\mathcal{X}) = 1$ (FM vide).

3. $m(A) = p$ et $m(\mathcal{X}) = 1 - p$ pour un $A \subset \mathcal{X}$ et $p \in [0, 1]$ (deux EF dont $\mathcal{X}$) : FM simple représentant une information élémentaire $x \in A$ de fiabilité (pertinence) p.

Cas particuliers

1. $m(A) = 1$ pour un $A \subseteq \mathcal{X}$ (un seul EF) : ensemble.
2. $m(A) > 0 \Rightarrow |A| = 1$ (tous les EF sont des singletons) : distribution de probabilité.

$\rightarrow$ Capacité à distinguer entre hasard parfait (dé non pipé) et ignorance totale (dé non testé) :

- $m(\{x_i\}) = 1/n$, pour tout $x_i \in \mathcal{X}$ (distribution uniforme) ;
- $m(\mathcal{X}) = 1$ (FM vide).

3. $m(A) = p$ et $m(\mathcal{X}) = 1 - p$ pour un $A \subset \mathcal{X}$ et $p \in [0, 1]$ (deux EF dont $\mathcal{X}$) : FM simple représentant une information élémentaire $x \in A$ de fiabilité (pertinence) p.

Plan

1. Théorie des fonctions de croyance
   - Représentation de connaissances partielles
   - Fusion d'informations
   - Comparaison d'informations
2. Fusion
   - Modèle de la qualité des sources
   - Applications
3. Comparaison
   - Extension des relations entre ensembles
   - Applications

Règles de combinaison

- Soient m_1 et m_2 deux FM sur $\mathcal{X}$ représentant des informations à propos de x émises par deux sources $\mathfrak{s}_1$ et $\mathfrak{s}_2$.
- Comment les combiner ?
- Règle conjonctive :

$$(m_1 \cap\!\!\!\!\bigcirc m_2)(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C), \quad \forall A \subseteq \mathcal{X}.$$

  - Sources fiables et indépendantes.
  - Propriétés : associativité, commutativité, FM vide pour élément neutre, généralisation de l'intersection et du conditionnement probabiliste (version normalisée, règle de Dempster).
- Autres règles notables : disjonctive, prudente, α-jonctions.

Plan

Relations

- Comment comparer m_1 et m_2 au regard de leur contenu informationnel ?
- Important pour la mise en oeuvre du principe d'engagement minimum.
- Spécialisation :

$$m_1 \sqsubseteq m_2 \Leftrightarrow m_1(A) = \sum_B S(A,B) m_2(B)$$

  avec S une matrice stochastique t.q. $S(A,B) > 0 \Rightarrow A \subseteq B$.
  - Propriétés : ordre partiel, FM vide pour plus grand élément, généralisation de l'inclusion.
- Autres relations : ordres partiels basés sur des représentations équivalentes des FM, préordres totaux basés sur des mesures de l'incertitude (généralisant, p. ex., l'entropie de Shannon).

Plan

Contexte

- Place centrale en théorie des fonctions de croyance :
  - [Shafer, 1976] : TFC est une approche de fusion d'informations élémentaires partiellement fiables ;
  - Nombreux développements méthodologiques concernant la fusion ;
  - TFC utilisée dans des applications pour son intérêt en fusion.
- Problèmes :
  1. Décompositions conjonctives en FM simples proposées par [Shafer, 1976] et [Smets, 1995] critiquées ;
  2. Règles de combinaison proposées manquent :
     a. flexibilité (connaissances sur la qualité des sources = quelques hypothèses sur leur fiabilité) ;
     b. interprétation (introduites formellement) ;
     c. moyens de sélection.

→ Solutions à 1 et 2, fondées sur une modélisation des connaissances sur la qualité des sources [Pichon *et al.*, 2012].

Contexte

- Place centrale en théorie des fonctions de croyance :
  - [Shafer, 1976] : TFC est une approche de fusion d'informations élémentaires partiellement fiables ;
  - Nombreux développements méthodologiques concernant la fusion ;
  - TFC utilisée dans des applications pour son intérêt en fusion.
- Problèmes :
  1. Décompositions conjonctives en FM simples proposées par [Shafer, 1976] et [Smets, 1995] critiquées ;
  2. Règles de combinaison proposées manquent :
     a. flexibilité (connaissances sur la qualité des sources = quelques hypothèses sur leur fiabilité) ;
     b. interprétation (introduites formellement) ;
     c. moyens de sélection.

$\rightarrow$ Solutions à 1 et 2 , fondées sur une modélisation des connaissances sur la qualité des sources [Pichon *et al.*, 2012].

Plan

Cas d'une seule source

- Source $\mathfrak{s}$ fournit l'information $x \in A \subseteq \mathcal{X}$.
- Espace des états de la source $\mathcal{H} = \{h_1, ..., h_N\}$.
- Si la source est dans l'état $h \in \mathcal{H}$, il faut déduire $x \in B \subseteq \mathcal{X}$ de l'information $x \in A$.
- Pour tout $A \subseteq \mathcal{X}$, une fonction $\Gamma_A : \mathcal{H} \to 2^{\mathcal{X}}$ t.q.

$$\Gamma_A(h) = B.$$

Cas d'une seule source

- Source $\mathfrak{s}$ fournit l'information $x \in A \subseteq \mathcal{X}$.
- Espace des états de la source $\mathcal{H} = \{h_1, ..., h_N\}$.
- Si la source est dans l'état $h \in \mathcal{H}$, il faut déduire $x \in B \subseteq \mathcal{X}$ de l'information $x \in A$.
- Pour tout $A \subseteq \mathcal{X}$, une fonction $\Gamma_A : \mathcal{H} \to 2^{\mathcal{X}}$ t.q.

$$\Gamma_A(h) = B.$$

Exemple n°1

- Nous sommes intéressés par le type d'une cible, qui ne peut être que missile, ULM ou drone.
- La seule information sur le type dont nous disposons provient d'un capteur, qui peut être en panne ou non.
  - Lorsqu'il est en panne, l'information qu'il fournit ne peut pas être utilisée (le capteur est dit non pertinent et on ne sait rien).
  - Lorsqu'il n'est pas en panne, l'information fournie est considérée correcte.
- Ce problème peut être formalisé de la manière suivante :
  - $\mathcal{X} = \{\text{missile}, \text{ULM}, \text{drone}\}$.
  - $\mathcal{H} = \{\text{Pertinent}, \neg\text{Pertinent}\}$.
  - Pour toute information $x \in A$ fournie par la source,

$$\begin{aligned}
\Gamma_A(\text{Pertinent}) &= A, \\
\Gamma_A(\neg\text{Pertinent}) &= \mathcal{X}.
\end{aligned}$$

Exemple n°1

- Nous sommes intéressés par le type d'une cible, qui ne peut être que missile, ULM ou drone.
- La seule information sur le type dont nous disposons provient d'un capteur, qui peut être en panne ou non.
  - Lorsqu'il est en panne, l'information qu'il fournit ne peut pas être utilisée (le capteur est dit non pertinent et on ne sait rien).
  - Lorsqu'il n'est pas en panne, l'information fournie est considérée correcte.
- Ce problème peut être formalisé de la manière suivante :
  - $\mathcal{X} = \{\text{missile}, \text{ULM}, \text{drone}\}$.
  - $\mathcal{H} = \{\text{Pertinent}, \neg\text{Pertinent}\}$.
  - Pour toute information $x \in A$ fournie par la source,

$$\begin{aligned} \Gamma_A(\text{Pertinent}) &= A, \\ \Gamma_A(\neg\text{Pertinent}) &= \mathcal{X}. \end{aligned}$$

Exemple n°2

- En plus de la pertinence d'une source, on peut vouloir prendre en compte sa sincérité
  - Si la source est pertinente,
    - soit elle est sincère, et on accepte l'information qu'elle nous donne ;
    - soit elle ment, et on remplace l'information qu'elle nous donne par son complémentaire (forme la plus simple de manque de sincérité, des formes plus fines sont possibles).
  - Si la source n'est pas pertinente, l'information qu'elle fournit ne sert à rien.
- $\mathcal{H} = \{\text{Pertinent}, \neg\text{Pertinent}\} \times \{\text{Sincère}, \neg\text{Sincère}\}$.
- Pour tout $A \subseteq \mathcal{X}$,

$$\begin{aligned}
\Gamma_A(\text{Pertinent}, \text{Sincère}) &= A, \\
\Gamma_A(\text{Pertinent}, \neg\text{Sincère}) &= \overline{A}, \\
\Gamma_A(\neg\text{Pertinent}, \text{Sincère}) &= \mathcal{X}, \\
\Gamma_A(\neg\text{Pertinent}, \neg\text{Sincère}) &= \mathcal{X}.
\end{aligned}$$

Exemple n°2

- En plus de la pertinence d'une source, on peut vouloir prendre en compte sa sincérité
  - Si la source est pertinente,
    - soit elle est sincère, et on accepte l'information qu'elle nous donne ;
    - soit elle ment, et on remplace l'information qu'elle nous donne par son complémentaire (forme la plus simple de manque de sincérité, des formes plus fines sont possibles).
  - Si la source n'est pas pertinente, l'information qu'elle fournit ne sert à rien.
- $\mathcal{H} = \{\text{Pertinent}, \neg\text{Pertinent}\} \times \{\text{Sincère}, \neg\text{Sincère}\}$.
- Pour tout $A \subseteq \mathcal{X}$,

$$\begin{aligned}
\Gamma_A(\text{Pertinent}, \text{Sincère}) &= A, \\
\Gamma_A(\text{Pertinent}, \neg\text{Sincère}) &= \overline{A}, \\
\Gamma_A(\neg\text{Pertinent}, \text{Sincère}) &= \mathcal{X}, \\
\Gamma_A(\neg\text{Pertinent}, \neg\text{Sincère}) &= \mathcal{X}.
\end{aligned}$$

Généralisation

1. $\mathfrak{s}$ déclare $x \in A$ + méta-connaissance incertaine $m^{\mathcal{H}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H)$$

   Exemple : $\mathfrak{s}$ pertinente avec une probabilité p
   $\rightarrow$ FM simple $m^{\mathcal{X}}(A) = p$ et $m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 1 - p$.

2. $\mathfrak{s}$ fournit une information incertaine $m_{\mathfrak{s}}^{\mathcal{X}}$ et est dans l'état $H \subseteq \mathcal{H}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{A:\Gamma_A(H)=B} m_{\mathfrak{s}}^{\mathcal{X}}(A)$$

3. Information et méta-connaissance incertaines :

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H,A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H) m_{\mathfrak{s}}^{\mathcal{X}}(A)$$

Généralisation

1. $\mathfrak{s}$ déclare $x \in A$ + méta-connaissance incertaine $m^{\mathcal{H}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H)$$

   Exemple : $\mathfrak{s}$ pertinente avec une probabilité p
   $\rightarrow$ FM simple $m^{\mathcal{X}}(A) = p$ et $m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 1 - p$.

2. $\mathfrak{s}$ fournit une information incertaine $m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}$ et est dans l'état $H \subseteq \mathcal{H}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(A)$$

3. Information et méta-connaissance incertaines :

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H,A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H) m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(A)$$

Généralisation

1. $\mathfrak{s}$ déclare $x \in A$ + méta-connaissance incertaine $m^{\mathcal{H}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H)$$

   Exemple : $\mathfrak{s}$ pertinente avec une probabilité p
   $\rightarrow$ FM simple $m^{\mathcal{X}}(A) = p$ et $m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 1 - p$.

2. $\mathfrak{s}$ fournit une information incertaine $m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}$ et est dans l'état $H \subseteq \mathcal{H}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(A)$$

3. Information et méta-connaissance incertaines :

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H,A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H)m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(A)$$

Généralisation

1. $\mathfrak{s}$ déclare $x \in A$ + méta-connaissance incertaine $m^{\mathcal{H}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H)$$

   Exemple : $\mathfrak{s}$ pertinente avec une probabilité p
   $\rightarrow$ FM simple $m^{\mathcal{X}}(A) = p$ et $m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 1 - p$.

2. $\mathfrak{s}$ fournit une information incertaine $m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}$ et est dans l'état $H \subseteq \mathcal{H}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(A)$$

3. Information et méta-connaissance incertaines :

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H,A:\Gamma_A(H)=B} m^{\mathcal{H}}(H) m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(A)$$

Exemple

- Information incertaine :

$$m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.8, m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.2.$$

- Connaissance incertaine sur la pertinence :

$$m^{\mathcal{H}}(\{\text{Pertinent}\}) = 0.7, m^{\mathcal{H}}(\{\neg\text{Pertinent}\}) = 0.3.$$

$m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}} \setminus m^{\mathcal{H}}$	$\{\text{Pertinent}\}$ 0.7	$\{\neg\text{Pertinent}\}$ 0.3
$\{\text{missile}, \text{ULM}\}$ 0.8	$\{\text{missile}, \text{ULM}\}$ 0.56	$\mathcal{X}$ 0.24
$\{\text{drone}\}$ 0.2	$\{\text{drone}\}$ 0.14	$\mathcal{X}$ 0.06

→ $m^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.56, m^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.14, m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 0.30.$

- Opérateur de correction d'information appelé affaiblissement.

Exemple

- Information incertaine :

$$m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.8, m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}}(\{\text{drone}\}) = 0.2.$$

- Connaissance incertaine sur la pertinence :

$$m^{\mathcal{H}}(\{\text{Pertinent}\}) = 0.7, m^{\mathcal{H}}(\{\neg\text{Pertinent}\}) = 0.3.$$

$m^{\mathcal{X}}_{\mathfrak{S}} \setminus m^{\mathcal{H}}$	{Pertinent} 0.7	{¬Pertinent} 0.3
{missile, ULM} 0.8	{missile, ULM} 0.56	$\mathcal{X}$ 0.24
{drone} 0.2	{drone} 0.14	$\mathcal{X}$ 0.06

$\rightarrow$ $m^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.56, m^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.14, m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 0.30.$

- Opérateur de correction d'information appelé affaiblissement.

Exemple

- Information incertaine :

$$m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.8, m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.2.$$

- Connaissance incertaine sur la pertinence :

$$m^{\mathcal{H}}(\{\text{Pertinent}\}) = 0.7, m^{\mathcal{H}}(\{\neg\text{Pertinent}\}) = 0.3.$$

$m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}} \setminus m^{\mathcal{H}}$	{Pertinent} 0.7	{¬Pertinent} 0.3
{missile, ULM} 0.8	{missile, ULM} 0.56	$\mathcal{X}$ 0.24
{drone} 0.2	{drone} 0.14	$\mathcal{X}$ 0.06

$\rightarrow$ $m^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.56, m^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.14, m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 0.30.$

- Opérateur de correction d'information appelé affaiblissement.

Exemple

- Information incertaine :

$$m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.8, m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.2.$$

- Connaissance incertaine sur la pertinence :

$$m^{\mathcal{H}}(\{\text{Pertinent}\}) = 0.7, m^{\mathcal{H}}(\{\neg\text{Pertinent}\}) = 0.3.$$

$m_{\mathfrak{S}}^{\mathcal{X}} \setminus m^{\mathcal{H}}$	$\{\text{Pertinent}\}$ 0.7	$\{\neg\text{Pertinent}\}$ 0.3
$\{\text{missile}, \text{ULM}\}$ 0.8	$\{\text{missile}, \text{ULM}\}$ 0.56	$\mathcal{X}$ 0.24
$\{\text{drone}\}$ 0.2	$\{\text{drone}\}$ 0.14	$\mathcal{X}$ 0.06

$\rightarrow$ $m^{\mathcal{X}}(\{\text{missile}, \text{ULM}\}) = 0.56, m^{\mathcal{X}}(\{\text{drone}\}) = 0.14, m^{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) = 0.30.$

- Opérateur de correction d'information appelé affaiblissement.

Fusion : cas de plusieurs sources

- Soit des sources $\mathfrak{s}_i$, $i = 1 \ldots, K$, déclarant $\mathbf{A} = (A_1, \ldots, A_K)$.
- Soit $\Gamma_{A_i} : \mathcal{H}^i \rightarrow 2^{\mathcal{X}}$ représentant l'interprétation de l'information A_i de $\mathfrak{s}_i$ en fonction de ses états $\mathcal{H}^i = \{h^i_1, ..., h^i_N\}$.
- L'interprétation des informations **A** quand les sources sont dans l'état $\mathbf{h} = (h^1, \ldots, h^K) \in \mathcal{H} := \times_{i=1}^K \mathcal{H}^i$ est

$$x \in \Gamma_{\mathbf{A}}(\mathbf{h}) := \bigcap_{i=1}^{K} \Gamma_{A_i}(h^i)$$

.

- Exemple : $\mathbf{h} = (\text{Pertinent}_1, \text{Pertinent}_2)$ et $\mathbf{A} = (A_1, A_2)$. On déduit $x \in A_1 \cap A_2$ car $\Gamma_{A_1}(\text{Pertinent}_1) = A_1$ et $\Gamma_{A_2}(\text{Pertinent}_2) = A_2$.
- Informations $m_i^{\mathcal{X}}$ indépendantes et méta-connaissance $m^{\mathcal{H}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H, \mathbf{A} : \Gamma_{\mathbf{A}}(H) = B} m^{\mathcal{H}}(H) \left[\prod_{i=1}^{K} m_i^{\mathcal{X}}(A_i) \right].$$

Fusion : cas de plusieurs sources

- Soit des sources $\mathfrak{s}_i$, $i = 1 \ldots, K$, déclarant $\mathbf{A} = (A_1, \ldots, A_K)$.
- Soit $\Gamma_{A_i} : \mathcal{H}^i \to 2^{\mathcal{X}}$ représentant l'interprétation de l'information A_i de $\mathfrak{s}_i$ en fonction de ses états $\mathcal{H}^i = \{h^i_1, ..., h^i_N\}$.
- L'interprétation des informations **A** quand les sources sont dans l'état $\mathbf{h} = (h^1, \ldots, h^K) \in \boldsymbol{\mathcal{H}} := \times_{i=1}^K \mathcal{H}^i$ est

$$x \in \Gamma_{\mathbf{A}}(\mathbf{h}) := \bigcap_{i=1}^{K} \Gamma_{A_i}(h^i)$$

.

- Exemple : $\mathbf{h} = (\text{Pertinent}_1, \text{Pertinent}_2)$ et $\mathbf{A} = (A_1, A_2)$. On déduit $x \in A_1 \cap A_2$ car $\Gamma_{A_1}(\text{Pertinent}_1) = A_1$ et $\Gamma_{A_2}(\text{Pertinent}_2) = A_2$.
- Informations $m_i^{\mathcal{X}}$ indépendantes et méta-connaissance $m^{\boldsymbol{\mathcal{H}}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H, \mathbf{A} : \Gamma_{\mathbf{A}}(H) = B} m^{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(H) \left[\prod_{i=1}^{K} m_i^{\mathcal{X}}(A_i) \right].$$

Fusion : cas de plusieurs sources

- Soit des sources $\mathfrak{s}_i$, $i = 1 \ldots, K$, déclarant $\mathbf{A} = (A_1, \ldots, A_K)$.
- Soit $\Gamma_{A_i} : \mathcal{H}^i \to 2^{\mathcal{X}}$ représentant l'interprétation de l'information A_i de $\mathfrak{s}_i$ en fonction de ses états $\mathcal{H}^i = \left\{h_1^i, ..., h_N^i\right\}$.
- L'interprétation des informations **A** quand les sources sont dans l'état $\mathbf{h} = (h^1, \ldots, h^K) \in \boldsymbol{\mathcal{H}} := \times_{i=1}^K \mathcal{H}^i$ est

$$x \in \Gamma_{\mathbf{A}}(\mathbf{h}) := \bigcap_{i=1}^{K} \Gamma_{A_i}(h^i)$$

.

- Exemple : $\mathbf{h} = (\text{Pertinent}_1, \text{Pertinent}_2)$ et $\mathbf{A} = (A_1, A_2)$. On déduit $x \in A_1 \cap A_2$ car $\Gamma_{A_1}(\text{Pertinent}_1) = A_1$ et $\Gamma_{A_2}(\text{Pertinent}_2) = A_2$.
- Informations $m_i^{\mathcal{X}}$ indépendantes et méta-connaissance $m^{\boldsymbol{\mathcal{H}}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H, \mathbf{A} : \Gamma_{\mathbf{A}}(H) = B} m^{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(H) \left[\prod_{i=1}^{K} m_i^{\mathcal{X}}(A_i)\right].$$

Fusion : cas de plusieurs sources

- Soit des sources $\mathfrak{s}_i$, $i = 1 \ldots, K$, déclarant $\mathbf{A} = (A_1, \ldots, A_K)$.
- Soit $\Gamma_{A_i} : \mathcal{H}^i \to 2^{\mathcal{X}}$ représentant l'interprétation de l'information A_i de $\mathfrak{s}_i$ en fonction de ses états $\mathcal{H}^i = \{h_1^i, ..., h_N^i\}$.
- L'interprétation des informations **A** quand les sources sont dans l'état $\mathbf{h} = (h^1, \ldots, h^K) \in \boldsymbol{\mathcal{H}} := \times_{i=1}^K \mathcal{H}^i$ est

$$x \in \Gamma_{\mathbf{A}}(\mathbf{h}) := \bigcap_{i=1}^{K} \Gamma_{A_i}(h^i)$$

.

- Exemple : $\mathbf{h} = (\text{Pertinent}_1, \text{Pertinent}_2)$ et $\mathbf{A} = (A_1, A_2)$. On déduit $x \in A_1 \cap A_2$ car $\Gamma_{A_1}(\text{Pertinent}_1) = A_1$ et $\Gamma_{A_2}(\text{Pertinent}_2) = A_2$.
- Informations $m_i^{\mathcal{X}}$ indépendantes et méta-connaissance $m^{\boldsymbol{\mathcal{H}}}$:

$$m^{\mathcal{X}}(B) = \sum_{H, \mathbf{A} : \Gamma_{\mathbf{A}}(H) = B} m^{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(H) \left[\prod_{i=1}^{K} m_i^{\mathcal{X}}(A_i) \right].$$

Cas particuliers

[Pichon *et al.*, 2019]

- Des mécanismes de correction (une seule source) et de fusion (plusieurs sources) importants sont retrouvés et étendus : ils correspondent à des connaissances particulières sur la qualité des sources.
- Correction :
  - Affaiblissement ;
  - Reniement ;
  - Affaiblissement et renforcement contextuels [Pichon *et al.*, 2016].
- Fusion :
  - Règle conjonctive ;
  - Toutes les règles de combinaison reposant sur des opérateurs Booléens ;
  - Affaiblissement puis combinaison par la règle conjonctive ;
  - Moyenne pondérée ;
  - α-jonctions [Pichon, 2012].

Nouvelle décomposition d'une FM

[Pichon, 2018]

Toute FM m sur $\mathcal{X}$ est issue des composants basiques suivants :

1. Un ensemble de n sources $\mathfrak{S} = \{\mathfrak{s}_1, \dots, \mathfrak{s}_n\}$, avec $\mathfrak{s}_i$ fournissant l'information $x \in \overline{\{x_i\}}$;
2. Une $m^{\mathcal{H}}$ probabiliste sur leur fiabilité caractérisée par :
   - Pour tout $\mathfrak{s}_i$, une probabilité (marginale) d'être fiable $\pi_i = f_i(m)$;
   - Pour tout $S_k \subseteq \mathfrak{S}$, une connaissance sur la dépendance entre leurs fiabilités sous la forme du moment centré $\sigma_k = g_k(m)$.

Théorème (Présentation sous forme de FM simples)

Toute FM m satisfait

$$m = \circledcap_{\sigma} (m_1, \dots, m_n),$$

avec $m_i(\overline{\{x_i\}}) = \pi_i$, $m_i(\mathcal{X}) = 1 - \pi_i$, et $\circledcap_{\sigma}$ la combinaison conjonctive selon la structure de dépendance σ.

Nouvelle décomposition d'une FM

[Pichon, 2018]

Toute FM m sur $\mathcal{X}$ est issue des composants basiques suivants :

1. Un ensemble de n sources $\mathfrak{S} = \{\mathfrak{s}_1, \ldots, \mathfrak{s}_n\}$, avec $\mathfrak{s}_i$ fournissant l'information $x \in \overline{\{x_i\}}$;
2. Une $m^{\mathcal{H}}$ probabiliste sur leur fiabilité caractérisée par :
   - Pour tout $\mathfrak{s}_i$, une probabilité (marginale) d'être fiable $\pi_i = f_i(m)$;
   - Pour tout $S_k \subseteq \mathfrak{S}$, une connaissance sur la dépendance entre leurs fiabilités sous la forme du moment centré $\sigma_k = g_k(m)$.

Théorème (Présentation sous forme de FM simples)

Toute FM m satisfait

$$m = \circledcap_{\boldsymbol{\sigma}} (m_1, \ldots, m_n) ,$$

avec $m_i(\overline{\{x_i\}}) = \pi_i, m_i(\mathcal{X}) = 1 - \pi_i$, *et* $\circledcap_{\boldsymbol{\sigma}}$ *la combinaison conjonctive selon la structure de dépendance* $\boldsymbol{\sigma}$.

Nouvelle décomposition

Exemple

- $\mathcal{X} = \{x_1, x_2\}$, $m(\{x_1\}) = 0.2$, $m(\{x_2\}) = 0.5$, $m(\{x_1, x_2\}) = 0.3$.
- m issue de :
  1. Ensemble $\mathfrak{S} = \{\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2\}$ de sources, avec $\mathfrak{s}_1$ déclarant $x \in \overline{\{x_1\}} = \{x_2\}$ et $\mathfrak{s}_2$ déclarant $x \in \overline{\{x_2\}} = \{x_1\}$;
  2. Une connaissance sur leur fiabilité telle que :
     - $\mathfrak{s}_1$ fiable avec la probabilité 0.5 ;
     - $\mathfrak{s}_2$ fiable avec la probabilité 0.2 ;
     - Covariance de -0.1 entre leur fiabilité.
- Ou encore

$$m = \circledcap_{(-0.1)} (m_1, m_2)$$

avec

$$m_1(\{x_2\}) = 0.5, m_1(\mathcal{X}) = 0.5$$

et

$$m_2(\{x_1\}) = 0.2, m_2(\mathcal{X}) = 0.8.$$

Plan

Détermination des méta-connaissances

- Le modèle permet d'interpréter des informations en fonction d'une méta-connaissance sur les (la) sources émettrices.
- Il n'indique toutefois pas *quelle* méta-connaissance utiliser.

→ Moyens pour déterminer la méta-connaissance.

- Deux situations :
  1. Expérience antérieure des sources émettrices :
     - ⋆ Données d'apprentissage [Pichon *et al.*, 2016, Lefèvre *et al.*, 2014, Minary *et al.*, 2017 & 2019] ;
     - ⋆ Connaissances expertes [Pichon *et al.*, 2014] ;
  2. Les seules informations disponibles sont les informations reçues [Pichon *et al.*, 2015].

Détermination des méta-connaissances

- Le modèle permet d'interpréter des informations en fonction d'une méta-connaissance sur les (la) sources émettrices.
- Il n'indique toutefois pas *quelle* méta-connaissance utiliser.

→ Moyens pour déterminer la méta-connaissance.

- Deux situations :
  1. Expérience antérieure des sources émettrices :
     - ⋆ Données d'apprentissage [Pichon *et al.*, 2016, Lefèvre *et al.*, 2014, Minary *et al.*, 2017 & 2019] ;
     - ⋆ Connaissances expertes [Pichon *et al.*, 2014] ;
  2. Les seules informations disponibles sont les informations reçues [Pichon *et al.*, 2015].

Détermination des méta-connaissances

Selon des principes [Pichon *et al.*, 2015]

- Pas de réelle expérience antérieure des sources, seulement $\mathbf{m}^{\mathcal{X}} := (m_1^{\mathcal{X}}, \ldots, m_K^{\mathcal{X}})$ disponible.
- Guider le choix de $m^{\mathcal{H}}$ selon deux caractéristiques principales recherchées quant à la connaissance de x :
  - Cohérence : hypothèse “les sources sont toutes fiables” (règle conjonctive) remise en cause si conflit trop élevé.
  - Spécificité : hypothèse “au moins une source est fiable” (règle disjonctive) pas systématiquement utilisée, car résultats peuvent être peu informatifs.
- Objectifs quelque peu antagonistes.
- Idée de recherche d’un compromis pas totalement nouvelle.

$\rightarrow$ Raisonnement systématisé au travers d’une approche générique et pratique.

Détermination des méta-connaissances

Selon des principes [Pichon *et al.*, 2015]

- Pas de réelle expérience antérieure des sources, seulement $\mathbf{m}^{\mathcal{X}} := (m_1^{\mathcal{X}}, \ldots, m_K^{\mathcal{X}})$ disponible.
- Guider le choix de $m^{\mathcal{H}}$ selon deux caractéristiques principales recherchées quant à la connaissance de x :
  - Cohérence : hypothèse “les sources sont toutes fiables” (règle conjonctive) remise en cause si conflit trop élevé.
  - Spécificité : hypothèse “au moins une source est fiable” (règle disjonctive) pas systématiquement utilisée, car résultats peuvent être peu informatifs.
- Objectifs quelque peu antagonistes.
- Idée de recherche d’un compromis pas totalement nouvelle.

$\rightarrow$ Raisonnement systématisé au travers d’une approche générique et pratique.

Détermination des méta-connaissances

Selon des principes [Pichon *et al.*, 2015]

- Pas de réelle expérience antérieure des sources, seulement $\mathbf{m}^{\mathcal{X}} := (m_1^{\mathcal{X}}, \dots, m_K^{\mathcal{X}})$ disponible.
- Guider le choix de $m^{\mathcal{H}}$ selon deux caractéristiques principales recherchées quant à la connaissance de x :
  - Cohérence : hypothèse “les sources sont toutes fiables” (règle conjonctive) remise en cause si conflit trop élevé.
  - Spécificité : hypothèse “au moins une source est fiable” (règle disjonctive) pas systématiquement utilisée, car résultats peuvent être peu informatifs.
- Objectifs quelque peu antagonistes.
- Idée de recherche d’un compromis pas totalement nouvelle.

$\rightarrow$ Raisonnement systématisé au travers d’une approche générique et pratique.

Approche

- Introduction de deux notions pour les méta-connaissances :
  - $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m^{\mathcal{H}})$: cohérence de l'interprétation de $\mathbf{m}^{\mathcal{X}}$ selon $m^{\mathcal{H}}$;
  - Relation d'ordre partielle (méta-spécificité) : $m_1^{\mathcal{H}} \sqsubseteq_{\mathcal{H}} m_2^{\mathcal{H}}$.
- On a : $m_1^{\mathcal{H}} \sqsubseteq_{\mathcal{H}} m_2^{\mathcal{H}} \Rightarrow \phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_1^{\mathcal{H}}) \leq \phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_2^{\mathcal{H}}), \forall \mathbf{m}^{\mathcal{X}}$.
- Cohérence et spécificité s'opposent !

Stratégie proposée

1. Choisir une collection d'hypothèses $(m_1^{\mathcal{H}}, ..., m_M^{\mathcal{H}})$:
   - $m_j^{\mathcal{H}} \sqsubset_{\mathcal{H}} m_{j+1}^{\mathcal{H}}$;
   - $m_1^{\mathcal{H}}$ correspond à la règle conjonctive.
2. Tester itérativement chaque $m_j^{\mathcal{H}}$ jusqu'à $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_j^{\mathcal{H}}) \geq \tau$.

- Généralisation de stratégies dédiées à la gestion du conflit.

Approche

- Introduction de deux notions pour les méta-connaissances :
  - $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m^{\mathcal{H}})$: cohérence de l'interprétation de $\mathbf{m}^{\mathcal{X}}$ selon $m^{\mathcal{H}}$;
  - Relation d'ordre partielle (méta-spécificité) : $m_1^{\mathcal{H}} \sqsubseteq_{\mathcal{H}} m_2^{\mathcal{H}}$.
- On a : $m_1^{\mathcal{H}} \sqsubseteq_{\mathcal{H}} m_2^{\mathcal{H}} \Rightarrow \phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_1^{\mathcal{H}}) \leq \phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_2^{\mathcal{H}}), \forall \mathbf{m}^{\mathcal{X}}$.
- Cohérence et spécificité s'opposent !

Stratégie proposée

1. Choisir une collection d'hypothèses $(m_1^{\mathcal{H}}, ..., m_M^{\mathcal{H}})$:
   - $m_j^{\mathcal{H}} \sqsubset_{\mathcal{H}} m_{j+1}^{\mathcal{H}}$;
   - $m_1^{\mathcal{H}}$ correspond à la règle conjonctive.
2. Tester itérativement chaque $m_j^{\mathcal{H}}$ jusqu'à $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_j^{\mathcal{H}}) \geq \tau$.

- Généralisation de stratégies dédiées à la gestion du conflit.

Approche

- Introduction de deux notions pour les méta-connaissances :
  - $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m^{\mathcal{H}})$: cohérence de l'interprétation de $\mathbf{m}^{\mathcal{X}}$ selon $m^{\mathcal{H}}$;
  - Relation d'ordre partielle (méta-spécificité) : $m_1^{\mathcal{H}} \sqsubseteq_{\mathcal{H}} m_2^{\mathcal{H}}$.
- On a : $m_1^{\mathcal{H}} \sqsubseteq_{\mathcal{H}} m_2^{\mathcal{H}} \Rightarrow \phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_1^{\mathcal{H}}) \leq \phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_2^{\mathcal{H}}), \forall \mathbf{m}^{\mathcal{X}}$.
- Cohérence et spécificité s'opposent !

Stratégie proposée

1. Choisir une collection d'hypothèses $(m_1^{\mathcal{H}}, ..., m_M^{\mathcal{H}})$:
   - $m_j^{\mathcal{H}} \sqsubset_{\mathcal{H}} m_{j+1}^{\mathcal{H}}$;
   - $m_1^{\mathcal{H}}$ correspond à la règle conjonctive.
2. Tester itérativement chaque $m_j^{\mathcal{H}}$ jusqu'à $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_j^{\mathcal{H}}) \geq \tau$.

- Généralisation de stratégies dédiées à la gestion du conflit.

Illustration

Sûreté nucléaire

- Projet BEMUSE de l'AEN.
- $K = 10$ sources (CEA, IRSN,...) produisant des estimations incertaines de la valeur de paramètres d'un réacteur nucléaire.
- Données coûteuses et phénomènes impliqués complexes $\rightarrow$ pas de moyen fiable pour connaître la qualité des sources.
- Collection utilisée : $m_j^{\mathcal{H}}$= $K - j + 1$ sur K sources fiables.
- Paramètre PCT2, $\mathbf{m}^{\mathcal{X}} := (m_1^{\mathcal{X}}, \ldots, m_{10}^{\mathcal{X}})$.
  - $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_1^{\mathcal{H}}) = 0.19$ (toutes les sources fiables)
  - $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_2^{\mathcal{H}}) = 0.81$ (9 sur 10 fiables)
  - $\phi(\mathbf{m}^{\mathcal{X}}; m_3^{\mathcal{H}}) = 1$ (8 sur 10 fiables)
  - Valeurs x_4 et x_5 définitivement plus plausibles que les autres.

$\rightarrow$ Résultats cohérents, informatifs et lisibles par un utilisateur final.

Plan

Contexte

- Ensembles : cas particuliers de FM.
- Relations $\mathbf{R}$ entre ensembles $A, B \subseteq \mathcal{X}$ utiles pour :
  - Vérifier la cohérence :
    $$A\mathbf{R}B \Leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset$$
  - Comparer le contenu informationnel :
    $$A\mathbf{R}B \Leftrightarrow A \subseteq B$$
  - Comparer des valeurs ($\mathcal{X}$ ordonné) :
    $$A\mathbf{R}B \Leftrightarrow A \leq B$$
- Problème : comment étendre $\mathbf{R}$ aux FM, c-à-d. étant donné une relation $\mathbf{R}$ entre ensembles et deux FM m_1 et m_2, comment savoir si $m_1 \mathbf{R} m_2$?

Contexte

- Ensembles : cas particuliers de FM.
- Relations $\mathbf{R}$ entre ensembles $A, B \subseteq \mathcal{X}$ utiles pour :
  - Vérifier la cohérence :

$$A\mathbf{R}B \Leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset$$

  - Comparer le contenu informationnel :

$$A\mathbf{R}B \Leftrightarrow A \subseteq B$$

  - Comparer des valeurs ($\mathcal{X}$ ordonné) :

$$A\mathbf{R}B \Leftrightarrow A \leq B$$

- Problème : comment étendre $\mathbf{R}$ aux FM, c-à-d. étant donné une relation $\mathbf{R}$ entre ensembles et deux FM m_1 et m_2, comment savoir si $m_1\mathbf{R}m_2$?

Plan

Relations entre FM

[Destercke *et al.*, 2019]

Définition

$$m_1 \mathbf{R} m_2 \Leftrightarrow m_1(A) = \sum_B S(A,B) m_2(B)$$

avec S une matrice stochastique t.q. $S(A,B) > 0 \wedge m_2(B) \Rightarrow A\mathbf{R}B$.

- Avantages :
  - Première solution systématique pour étendre les relations entre ensembles ;
  - Extension formelle des relations entre ensembles ($m_A \mathbf{R} m_B \Leftrightarrow A\mathbf{R}B$) ;
  - Connectée à des propositions particulières : si $A\mathbf{R}B$ est
    - $A \subseteq B$: $\sqsubseteq$ (spécialisation) ;
    - $A \cap B \neq \emptyset$: cohérence de [Destercke et Burger, 2013] ;
    - $A \leq B$: extensions de l'ordre stochastique de [Denœux, 2009].

Propriétés

R sur les ensembles est $\Longrightarrow$	sur les FM
Symétrique	Oui
Antisymétrique	Non
Asymétrique	Non
Réflexive	Oui
Irréflexive	Non
Transitive	Oui
Complète	Non
Tolérance	Oui
Équivalence (partielle)	Oui
Préordre	Oui
Préordre total	Non
Ordre partiel	Oui
Ordre total	Non

Propriétés

Définition

Soient $f : X_1 \times X_2 \to Y$ et les relations $\mathbf{R}^{X_1}$, $\mathbf{R}^{X_2}$, et $\mathbf{R}^{Y}$. f est $(\mathbf{R}^{X_1}, \mathbf{R}^{X_2}; \mathbf{R}^{Y})$-compatible si, pour tout $A_1, B_1 \subseteq X_1$ et $A_2, B_2 \subseteq X_2$

$$A_1 \mathbf{R}^{X_1} B_1 \wedge A_2 \mathbf{R}^{X_2} B_2 \Rightarrow f(A_1, A_2) \mathbf{R}^{Y} f(B_1, B_2).$$

Exemple : $A_1 \subseteq B_1 \wedge A_2 \subseteq B_2 \Rightarrow f(A_1, A_2) \subseteq f(B_1, B_2), \forall f.$

Proposition

Si f est $(\mathbf{R}^{X_1}, \mathbf{R}^{X_2}; \mathbf{R}^{Y})$-compatible, elle l'est aussi pour les FM :

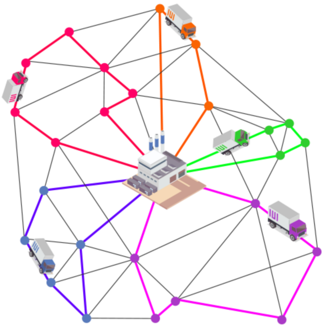
$$m_1 \mathbf{R}^{X_1} m_1' \wedge m_2 \mathbf{R}^{X_2} m_2' \Rightarrow f(m_1, m_2) \mathbf{R}^{Y} f(m_1', m_2').$$

Exemple : $m_1 \sqsubseteq m_1' \wedge m_2 \sqsubseteq m_2' \Rightarrow f(m_1, m_2) \sqsubseteq f(m_1', m_2'), \forall f.$

Plan

Propagation des incertitudes

- Propriété utile en fiabilité, aide à la décision multicritère, analyse de risques, recherche opérationnelle.
- Problème de tournées de véhicules avec connaissance crédibiliste des demandes des clients [Helal *et al.*, 2018] :
  - programme à base de recours : $m_i \sqsubseteq m_i', \forall i \Rightarrow C_{opt} \leq C'_{opt}$;
  - programme à base de contraintes en croyance : $m_i \preceq m_i', \forall i \Rightarrow C_{opt} \leq C'_{opt}$.



Synthèse

- TFC : représentation des informations élémentaires partiellement fiables
  - Quel que soit l'ensemble d'informations élémentaires partiellement fiables, il existe une unique FM le représentant ;
  - À toute FM, on peut associer de manière unique un ensemble d'informations élémentaires partiellement fiables l'induisant.
- Fusion d'informations étant donné des connaissances sur d'autres facettes de leur qualité, telles que leur sincérité.
- Moyens pour établir ces connaissances.
- Façon d'étendre toute relation entre ensembles aux fonctions de croyance.
- Applications :
  - Fusion de modèles pour l'évaluation de paramètres d'un réacteur nucléaire.
  - Comparaison des connaissances sur les demandes des clients dans le problème de tournées de véhicules.

Pistes de recherche

- Fusion
  - Mesure du conflit
    - Famille de mesures [Pichon *et al.*, 2019b].
    - Incohérence logique.
  - Apprentissage automatique
    - [Denœux, 2019] : classifieurs GLR (FNN) basés sur la combinaison conjonctive de FM simples.
    - Détermination des méta-connaissances à partir de données partiellement étiquetées [Mutmainah *et al.*, 2019].
    - Fusion de classifieurs par stacking crédibiliste (actif [Ramel *et al.*, 2018], régression choquistique).
- Comparaison
  - Version graduelle des relations, connection avec les relations floues.
  - Utilisation dans d'autres applications.

Références I

F. Pichon, D. Dubois, et T. Denœux.
Relevance and truthfulness in information correction and fusion.
Int. Journal of Approximate Reasoning, 53(2) :159–175, 2012.

F. Pichon, D. Dubois, et T. Denœux.
Quality of information sources in information fusion.
Dans *Information Quality in Information Fusion and Decision Making*, p. 31–49, Springer, 2019.

F. Pichon, D. Mercier, É. Lefèvre, et F. Delmotte.
Proposition and learning of some belief function contextual correction mechanisms.
Int. Journal of Approximate Reasoning, 72 :4–42, 2016.

F. Pichon.
On the α-conjunctions for combining belief functions.
Dans *Proc. of BELIEF 2012*, Advances in Soft Computing, vol. 164, p. 285–292. Springer, 2012.

F. Pichon.
Canonical decomposition of belief functions based on Teugels' representation of the multivariate Bernoulli distribution.
Information Sciences, 428 :76–104, 2018.

É. Lefèvre, F. Pichon, D. Mercier, Z. Elouedi, et B. Quost.
Estimation de sincérité et pertinence à partir de matrices de confusion pour la correction de fonctions de croyance.
Dans *Actes de LFA 2014*, p. 115–122, Cépaduès, 2014.

P. Minary, F. Pichon, D. Mercier, É. Lefèvre, et B. Droit.
Face pixel detection using evidential calibration and fusion.
Int. Journal of Approximate Reasoning, 91 :202–215, 2017.

P. Minary, F. Pichon, D. Mercier, É. Lefèvre, et B. Droit.
Evidential joint calibration of binary SVM classifiers.
Soft Computing, 23(13) :4655–4671, 2019.

Références II

F. Pichon, C. Labreuche, B. Duqueroie, T. Delavallade.
Multidimensional Approach to Reliability Evaluation of Information Sources.
Dans *Information evaluation*, p. 129–156, Wiley-ISTE, 2014.

F. Pichon, S. Destercke, et T. Burger.
A consistency-specificity trade-off to select source behavior in information fusion.
IEEE Transactions on Cybernetics, 45(4) :598–609, 2015.

S. Destercke, F. Pichon, et J. Klein.
From set relations to belief function relations.
Int. Journal of Approximate Reasoning, 110 :46–63, 2019.

N. Helal, F. Pichon, D. Porumbel, D. Mercier, et É. Lefèvre.
The capacitated vehicle routing problem with evidential demands.
Int. Journal of Approximate Reasoning, 95 :124–151, 2018.

F. Pichon, A.-L. Jousselme, N. Ben Abdallah.
Several shades of conflict.
Fuzzy Sets and Systems, 366 :63–84, 2019.

S. Ramel, F. Pichon, F. Delmotte.
Active evidential calibration of binary SVM classifiers.
Dans *Proc. of BELIEF 2018*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 11069, p. 208–216, Springer, 2018.

S. Mutmainah, F. Pichon, D. Mercier.
Apprentissage de corrections contextuelles crédibilistes à partir de données partiellement étiquetées en utilisant une mesure de divergence entre fonctions de contour.
Dans *Actes de LFA 2019*, à paraître.

Merci de votre attention.